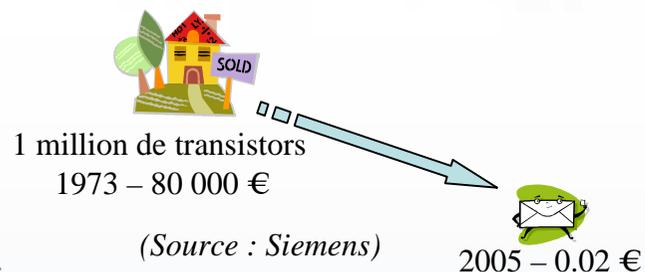


Télécommunications

Interférences, α -stables et conséquences...

Laurent Clavier, Nourddine Azzaoui...

Les époques des communications



Passé

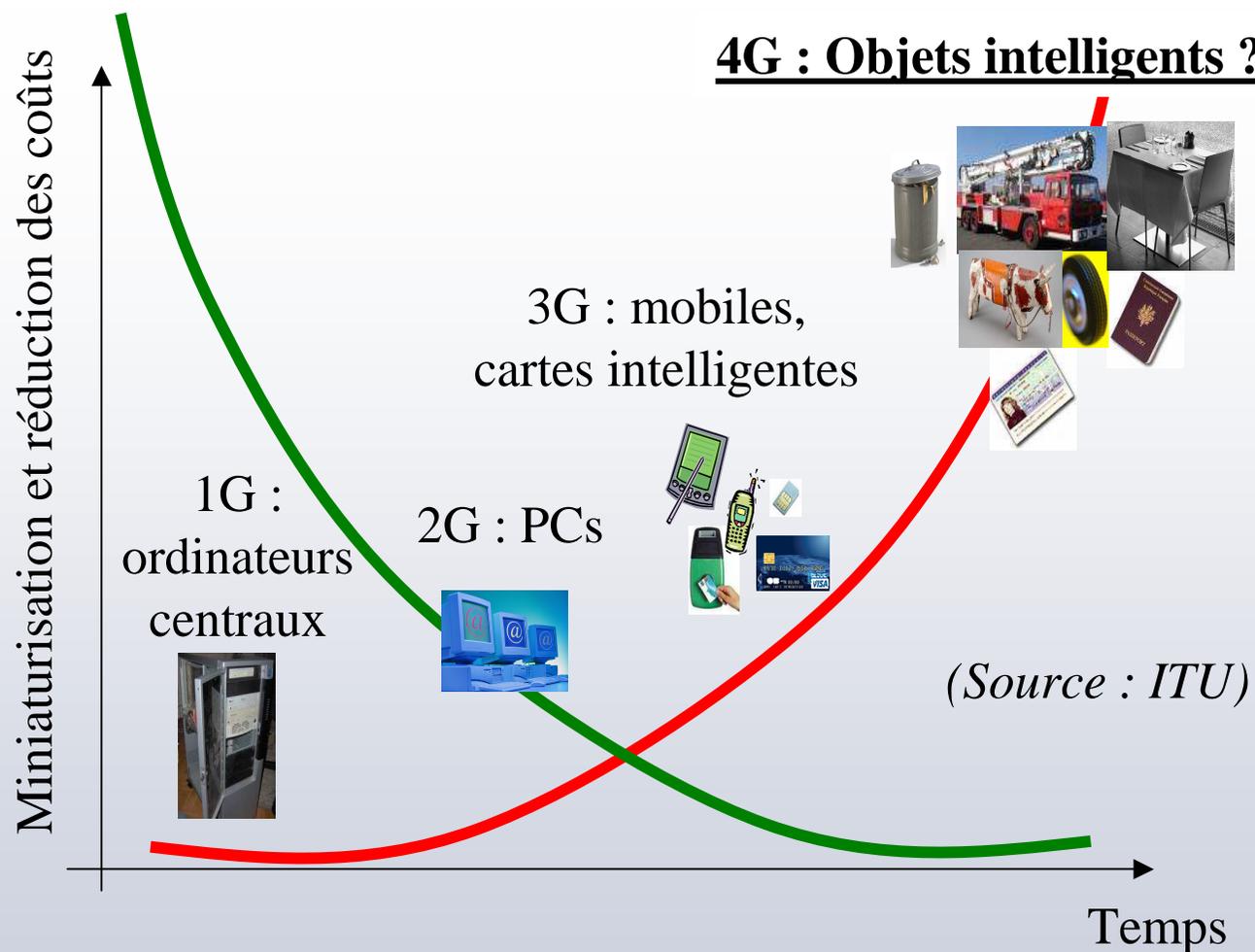
- Communications par groupes
- Un objet sans fil communicant pour un millier de personnes.

Présent

- Communications personnelles
- Un (quelques) objet(s) sans fil communicant par personne.

Futur

- Communication ambiante
- Une personne utilise des milliers d'objets sans fil communicants.



Le challenge est la *répartition spatiale*...

Martin Cooper d'Arraycom:

« The wireless capacity has doubled every 30 months over the last 104 years. »

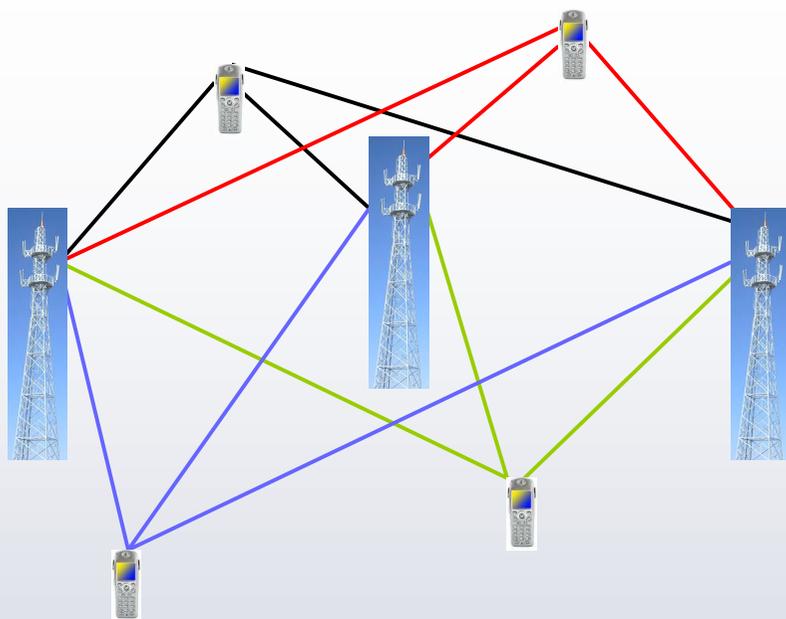
x25 d'un accroissement du spectre
 x5 d'une utilisation meilleure du spectre
 x5 de meilleurs choix de modulation

x1600 de la réduction des cellules et de la distance de transmission

} ~ x 1 000 000 depuis 1957

V. Chandrasekhar, J. Andrews, A. Gatherer, 2008

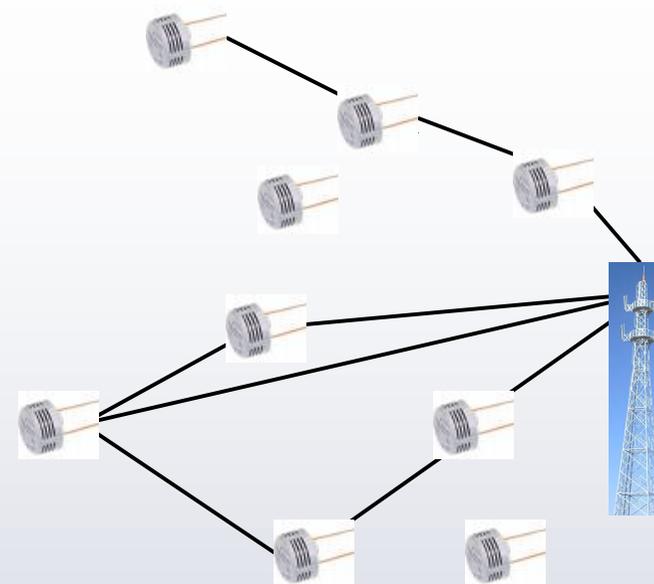
Network MIMO – réseaux centralisés...



Tout connaître (liens actifs, multiples canaux...)

Complexité pour les réseaux de capteurs ?

Multi-sauts, coopération – réseaux de capteurs



S'adapter à moindre complexité...

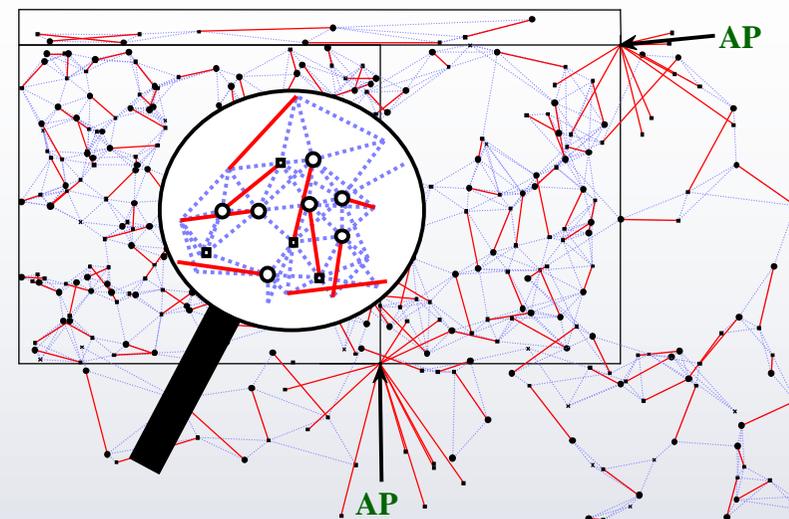
Capacité ? Interférence ?
Fiabilité ? Implémentation ?

Contexte : réseaux de capteurs, intelligence ambiante

Multiplicité d'objets, et multiplicité de couches physiques.

Multiplicité de capteurs.

Multiplicité de services /de débits.



Nous étudions quelques « points durs »

L'interférence sera une contrainte essentielle.

Le canal (en millimétrique, en UWB) apporte de nouveaux challenges.

Nous proposons d'utiliser des distributions α -stables

Généralisent le Gaussien

Apportent un nouveau cadre pour l'étude mathématique des réseaux



Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

Conclusions



Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

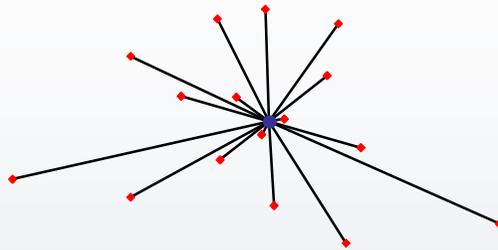
Conclusions

Interférence venant d'autres objets communicants :

$$Z = \sum_{i=1}^{\kappa} \gamma_i \psi_i$$

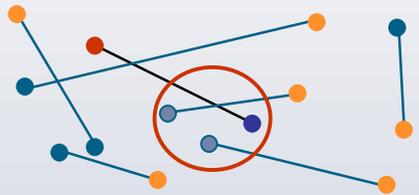
← Nombre (Poisson)
 ← Paramètres du système (iid, Bornées)
 ← Canal (atténuation)

Réseaux centralisés



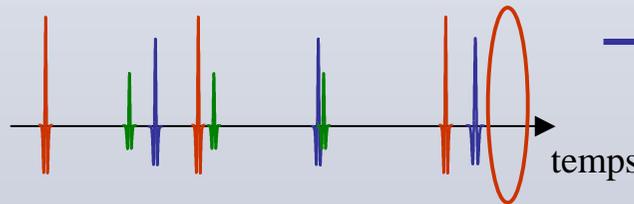
Contrôle de puissance
Modèle gaussien d'interférence
vue comme une somme de variables *iid*.

Réseaux auto organisés



Disparité des puissances (pas de contrôle de puissance, antennes, protocoles...)

Radio impulsionnelle
UWB



Impulsivité de l'interférence



Approche gaussienne non valide ; Nécessité de nouveaux modèles

Souvent, la densité de probabilité de l'interférence présente une queue plus lourde que celle d'une distribution gaussienne.

→ interférence impulsive : (Middleton) classe A, mélange de gaussiennes, gaussienne généralisée, Laplace, α -stable...

Le modèle d'interférence dans les réseaux se doit de capturer les paramètres essentiels qui l'affectent :

1. la distribution spatiale des interférents ;
2. les caractéristiques de la transmission des interférents comme la modulation, la puissance, la synchronisation...
3. les caractéristiques de la propagation dans le canal radio comme l'atténuation, le *shadowing*, les multi-trajets.

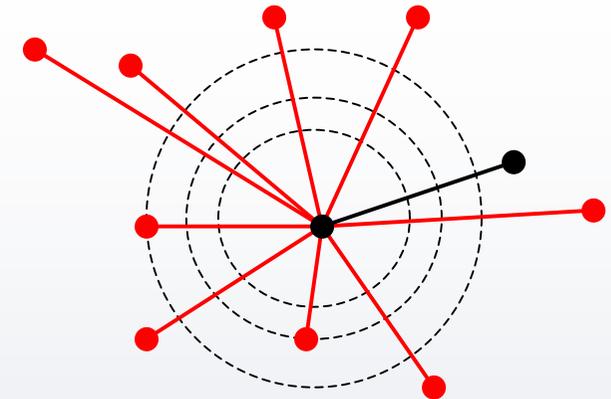
Il est important de proposer un cadre général et unificateur de la modélisation de l'interférence dans les réseaux.

Moe Z. Win, Pedro C. Pinto and Lawrence A. Shepp, "A Mathematical Theory of Network Interference and Its Applications", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 97, No. 2, February 2009

La répartition spatiale des nœuds suit un processus de Poisson homogène

$$P\{n \in R\} = \frac{(\lambda A_R)^n}{n!} e^{-\lambda A_R}, \quad n \geq 0$$

λ : densité de nœuds interférents
 A_R : zone



Puissance reçue en provenance d'un nœud :

Puissance émise Multi-trajets, shadowing

$$P_{rx} = \frac{P_{tx} \prod_k Z_k}{R^{2b}}$$

Coefficient d'atténuation du canal

Signal reçu :
 (si l'évolution temporelle est pertinente)

$$Y(t) = \frac{\prod_k \sqrt{Z_k}}{R^b} \int h(t, \tau) X(t - \tau) d\tau$$

Réponse impulsionnelle du canal

Signal transmis

En considérant l'interférence Y sur une zone infinie :

$$Y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Q_i}{R_i^b}$$

Q_i : circulaire symétrique, iid, indépendant de R_i

Nous pouvons calculer la fonction caractéristique de Y ($b > 1$) :

$$\begin{aligned} \phi_Y(\omega) = E\{e^{j\omega Y}\} &= \exp\left(-2\pi\lambda \int_0^{\infty} \left(1 - \phi_Q\left(\frac{\omega}{r^b}\right)\right) r dr\right) \\ &= \exp\left(-\gamma |\omega|^\alpha\right) \end{aligned}$$

Et montrer ainsi que Y suit une distribution α -stable :

⇒ $Y \sim S_{N_d}\left(\alpha = \frac{2}{b}, \beta = 0, \gamma = \pi\lambda C_{2/b}^{-1} E\left[|Q_{i,n}|^\alpha\right], \mu = 0\right)$

$$C_\alpha \triangleq \begin{cases} \frac{1-\alpha}{\Gamma(2-\alpha)\cos\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)}, & \alpha \neq 1 \\ \frac{2}{\pi}, & \alpha = 1 \end{cases}$$



Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

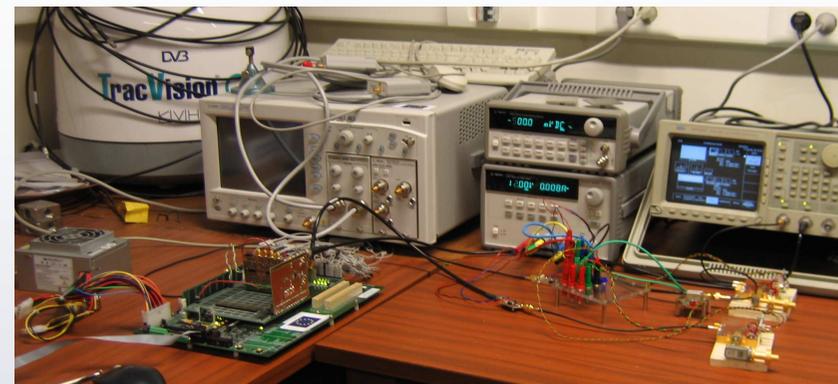
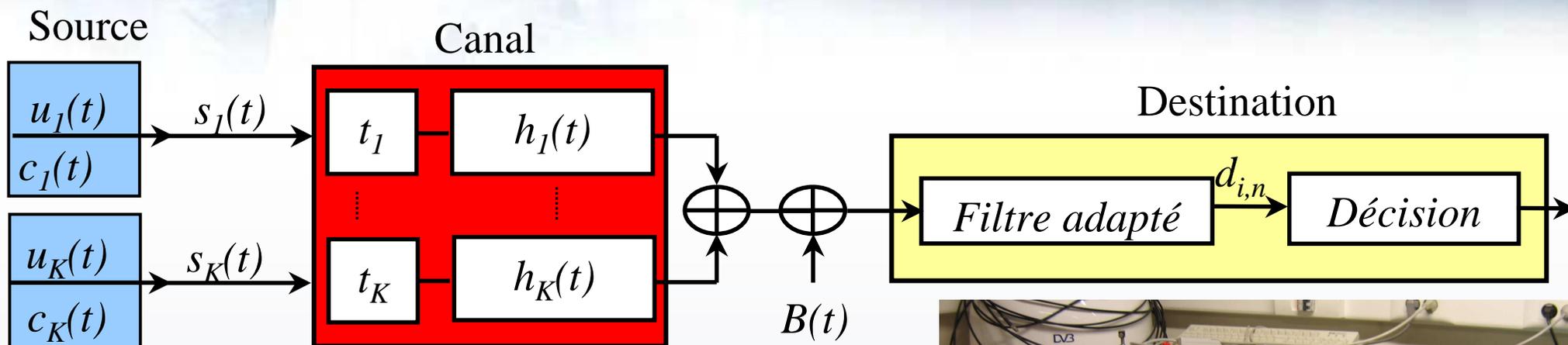
Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

Conclusions



Performances

La variable de décision pour l'échantillon n peut s'écrire :

$$d_{i,n} = I_{i,n} + MPI_{i,n} + MAI_{i,n} + AWGN_{i,n}$$

Signal utile

Interférence multi-trajets

Interférence d'accès multiples

Bruit gaussien

Beaulieu, N.C.; Young, D.J. "Designing Time-Hopping Ultrawide Bandwidth Receivers for Multiuser Interference Environments," *Proc. IEEE*, vol. 97, no. 2, pp. 255-284, Feb. 2009.

Étude de la variable MAI :

$$Z_{MAI} = \int_0^T \left(\sum_{i=1}^K \gamma_i f(t - \tau_i) \right) r(t) dt = \sum_{i=1}^K \gamma_i \psi_i$$

Première intuition :

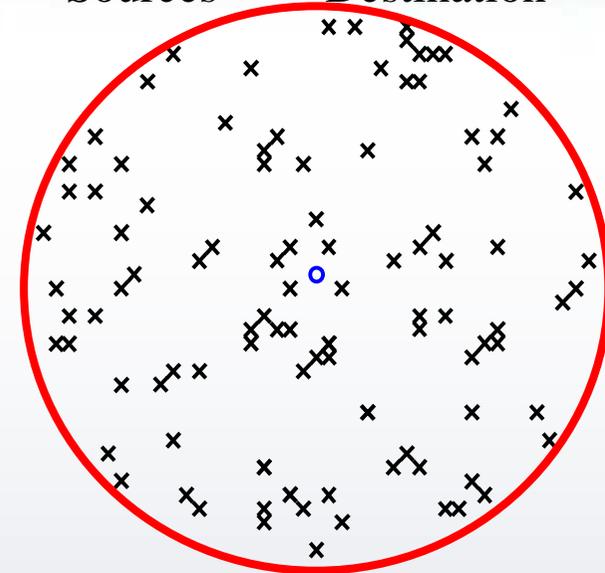
Théorème Centrale limite \rightarrow Asymptotiquement gaussien

J. Fiorina and W. Hachem, "On the asymptotic distribution of the correlation receiver output for time-hopped UWB signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 7, pp. 2529 – 2545, July 2006.

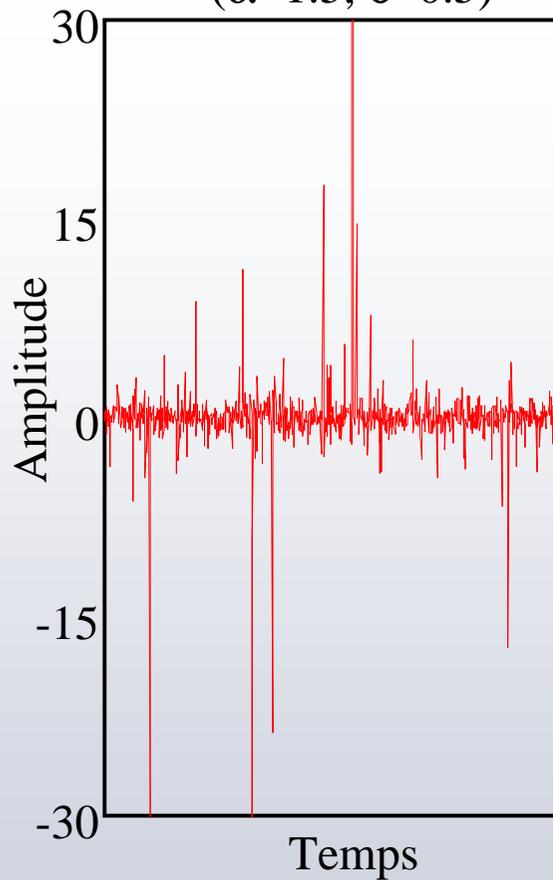
Mais la grande variabilité des γ_i peut être représentée par des modèles à variance infinie : nous devons alors utiliser le **théorème centrale limite généralisé**.

 Z_{MAI} tombe dans le domaine d'attraction d'une loi α -stable

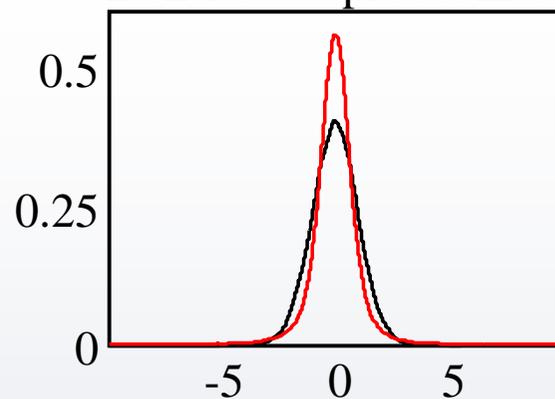
x Sources o Destination



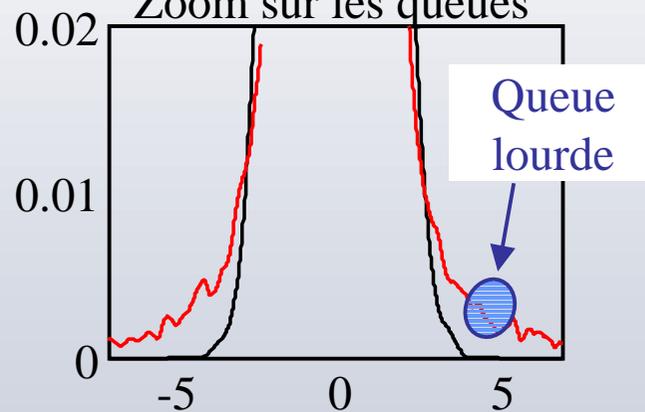
Bruit α -stable
($\alpha=1.5, \delta=0.5$)



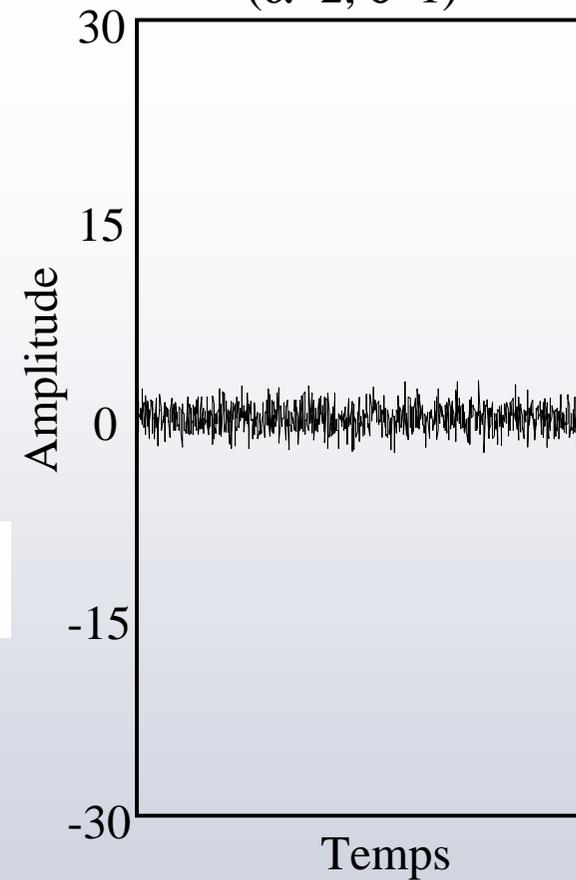
Densités de probabilité



Zoom sur les queues



Bruit gaussien
($\alpha=2, \delta=1$)



$$Z_{MAI} = \sum_{i=1}^{\kappa} \gamma_i \Psi_i$$

κ nombre d'impulsions interférentes.

Fonction caractéristique de Z_{MAI} :

$$\Phi_{Z_{MAI}}(\omega) = E \left[\exp \left(j\omega \left(\sum_{i=1}^{\kappa} \gamma_i \Psi_i \right) \right) \right]$$

$$P(\kappa=i) = \lim_{R \rightarrow +\infty} \frac{e^{-q\lambda\pi R^2} (q\lambda\pi R^2)^i}{i!} \quad q = \frac{2T_m + \varepsilon}{T_s} \quad [\dots]$$

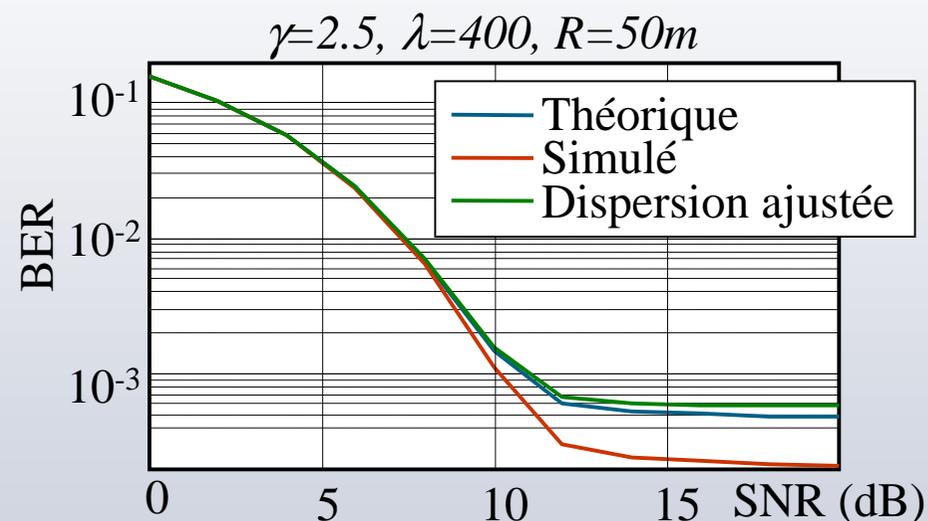
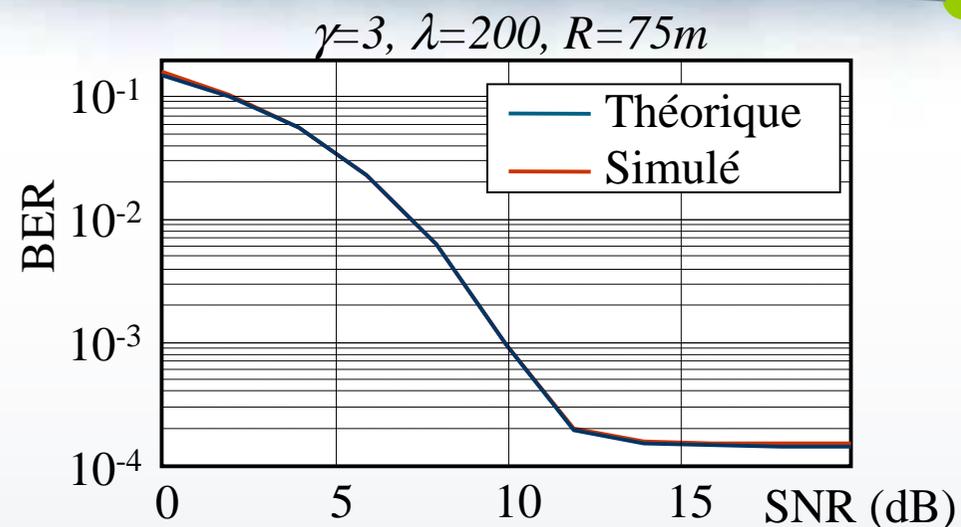
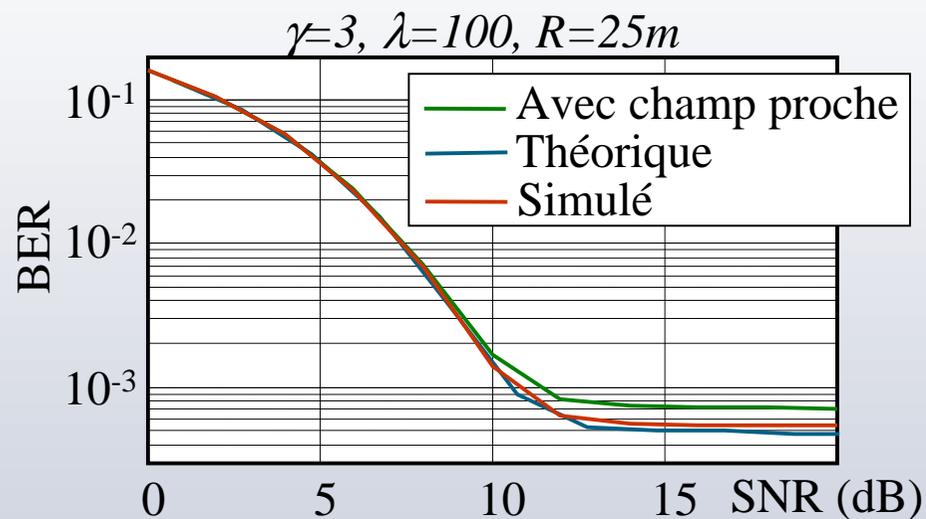
$$\ln(\Phi_{Z_{MAI}}(\omega)) = -\sigma|\omega|^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{4}{a} \quad \text{et} \quad \delta = -\lambda q \pi F$$

M. Win, P. Pinto, and L. Shepp, "A mathematical theory of network interference and its applications," *Proc. IEEE*, vol. 97, no. 2, pp. 205–230, Feb. 2009.

H. El Ghannudi, L. Clavier, N. Azzaoui, F. Septier, P.A. Rolland, " α -stable interference modeling and Cauchy receiver for an IR-UWB ad hoc network," to appear in *IEEE transactions on communications*, June 2010.

ZMAI est une variable aléatoire α -stable symétrique.

Deux paramètres à calculer – leurs expressions dépendent du canal et des paramètres du système.



Les courbes analytiques sont très proches des courbes de simulations. Les α -stables sont une bonne solution pour modéliser le MAI dans système TH-PPM-UWB en réseau *ad hoc*



Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

Conclusions

Nous nous intéressons à des stratégies basées sur le maximum de vraisemblance :

$$\Lambda = \sum_{k=1}^N \log \left\{ \frac{f_{\alpha} \left[x(k) - d^{-\gamma} s_0(k) \right]}{f_{\alpha} \left[x(k) - d^{-\gamma} s_1(k) \right]} \right\}$$

où un symbole reçu est un ensemble d'échantillons $x(k)$: $x(k) = d^{-\gamma} s_j(k) + n_{\alpha}(k) + n_2(k)$

Borne optimale au sens du maximum de vraisemblance

Une simulation de Monte Carlo permet d'estimer la distribution de Λ ou la connaissance des fonctions caractéristiques de la mixture de bruits symétriques gaussiens et stables permet de calculer numériquement les densités de probabilité.

$$\phi_{n_{\alpha}+n_2}(t) = \exp \left\{ -\delta_{\alpha} |t|^{\alpha} - \sigma_2 |t|^2 \right\}$$

En considérant un bruit gaussien

$$\hat{y} \Leftrightarrow \max_i \sum \log [P(y_i | c_i)] \Leftrightarrow \min_i \sum [(y_i - c_i)^2]$$

Minimisation de la distance euclidienne.

En considérant un bruit de Cauchy

$$f(x; \mu, \delta) = \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{(x - \mu)^2 + \delta^2}$$

Proche de l'optimal ?

S. M. Nikias C. L., *Signal processing with α -stable distributions and applications*, W. inter science, Ed. J.Wiley, 1995.

$$\hat{y} \Leftrightarrow \max_i \sum \log [P(y_i | c_i)] \Leftrightarrow \min_i \sum \log [\gamma^2 + (y_i - c_i)^2]$$

Utilisation de la p -norme : nous voulons utiliser la norme α , inspirée de la « covariation » et adaptée aux α -stables.

$$[X_1, X_2]_{\alpha} \stackrel{\Delta}{=} \int_{S_4} X_1 X_2 \langle \alpha^{-1} \rangle d\Gamma \quad \left(z \langle \alpha^{-1} \rangle = |z|^{\alpha-1} \bar{z} \right)$$

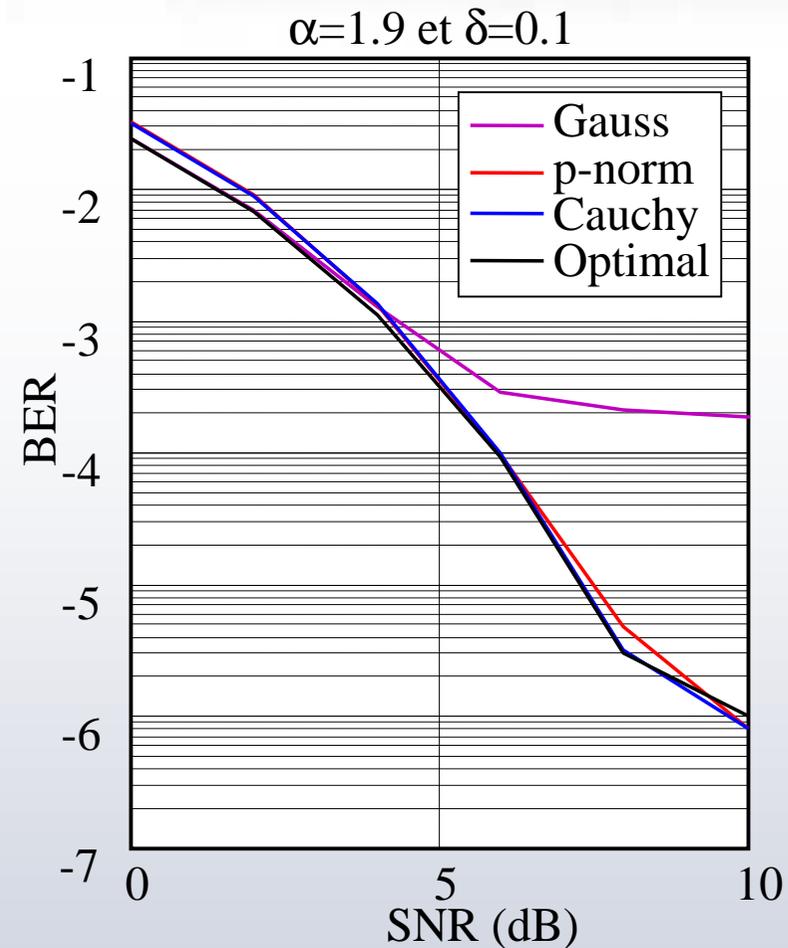
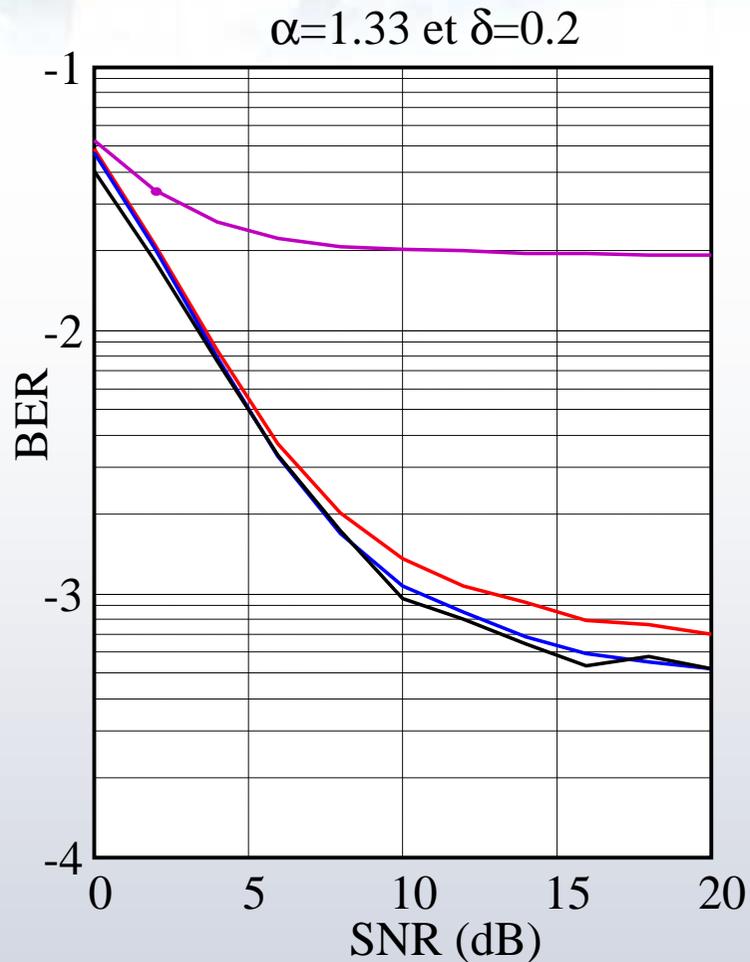
$$\|X\|_{\alpha} = ([X, X]_{\alpha})^{1/\alpha} = C_{\alpha}(p) \left(E|X|^p \right)^{1/p}$$

On se base sur $\|X\|_{\alpha}$ pour définir la distance et on obtient une valeur empirique grâce à la p -norme.

$$\|X - Y\|_{\alpha} = C_{\alpha}(p) \left(\frac{1}{N_S} \sum_{j=1}^{N_S} |x_j - y_j|^p \right)^{1/p}$$

N. Beaulieu, H. Shao, and J. Fiorina, “P-order metric UWB receiver structures with superior performance,”
IEEE Trans. Commun., vol. 56, no. 10, pp. 1666–1676, Oct. 2008.

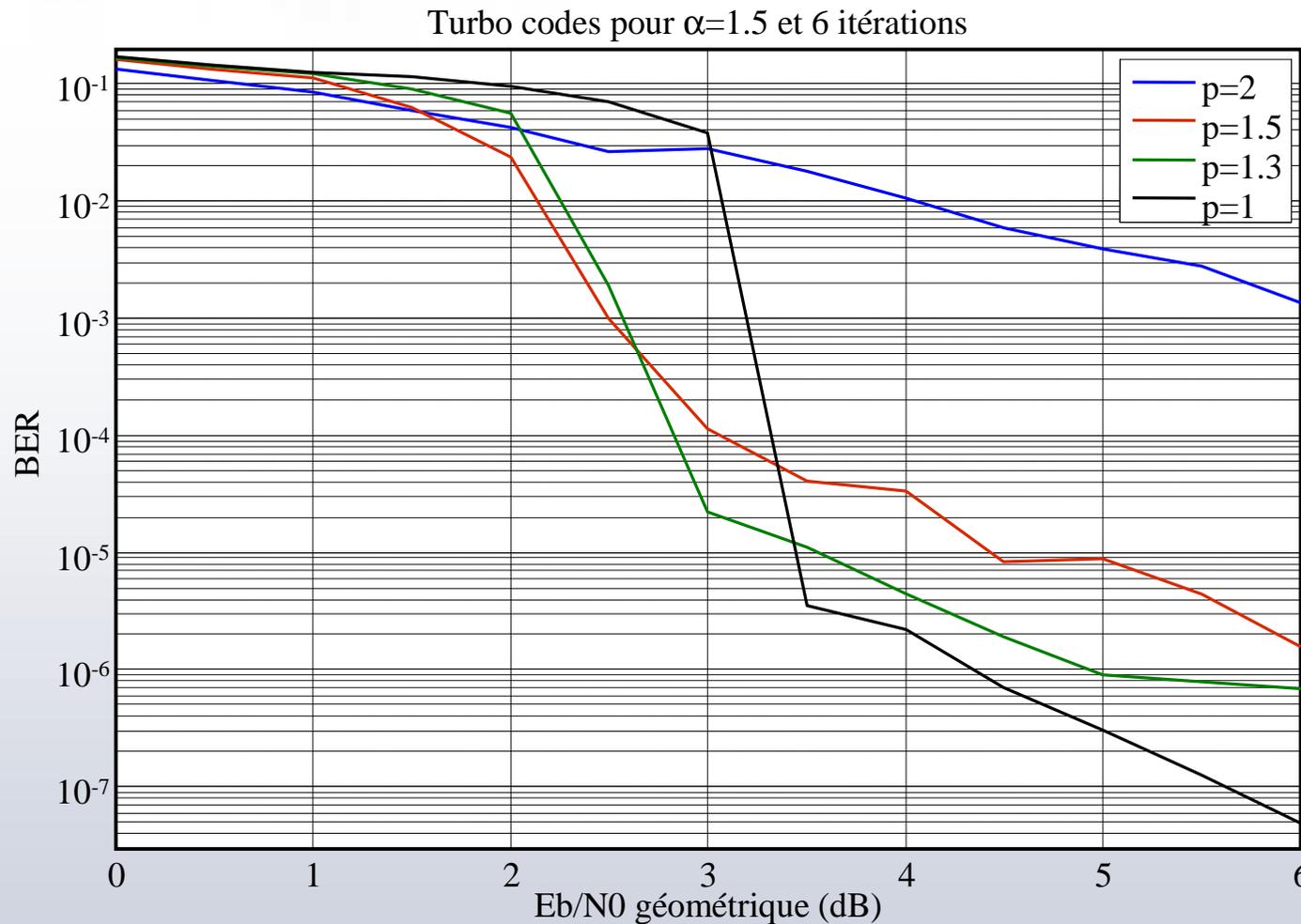
G. Samorodnitsky and M. Taqqu, *Stable Non-Gaussian Random Processes: Stochastic Models with Infinite Variance*.
 Chapman and Hall, 1994.



Le « Cauchy » ainsi que la *p-norme* sont proches de l'optimal !

(Rem : la dispersion du bruit de Cauchy considérée est la somme des dispersions des deux bruits – *myriad filters*)

On utilise des turbo codes avec la p-norme au lieu d'une distance euclidienne dans l'algorithme MAP.



Nette amélioration des performances quand p diminue et que la distance ainsi définie prend mieux en compte l'impulsivité du bruit.



Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

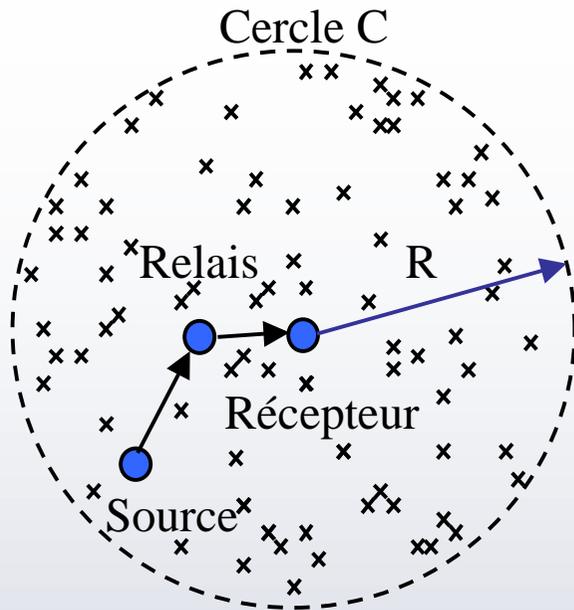
Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

Conclusions

Étude d'un système multi-sauts transparents (*Amplify-and-forward*) basé sur l'UWB



Modélisation du lien à deux sauts : le MAI après le filtre adapté est la somme de deux variables aléatoires α -stables. C'est donc une variable aléatoire α -stable dont les paramètres sont :

$$Z_1^{MAI} + Z_2^{MAI} \sim S_{\alpha} \left(\alpha, \left((|h_{SR}|G\delta_1)^{\alpha} + \delta_2^{\alpha} \right)^{1/\alpha}, 0, 0 \right)$$

MAI au relais

MAI au récepteur

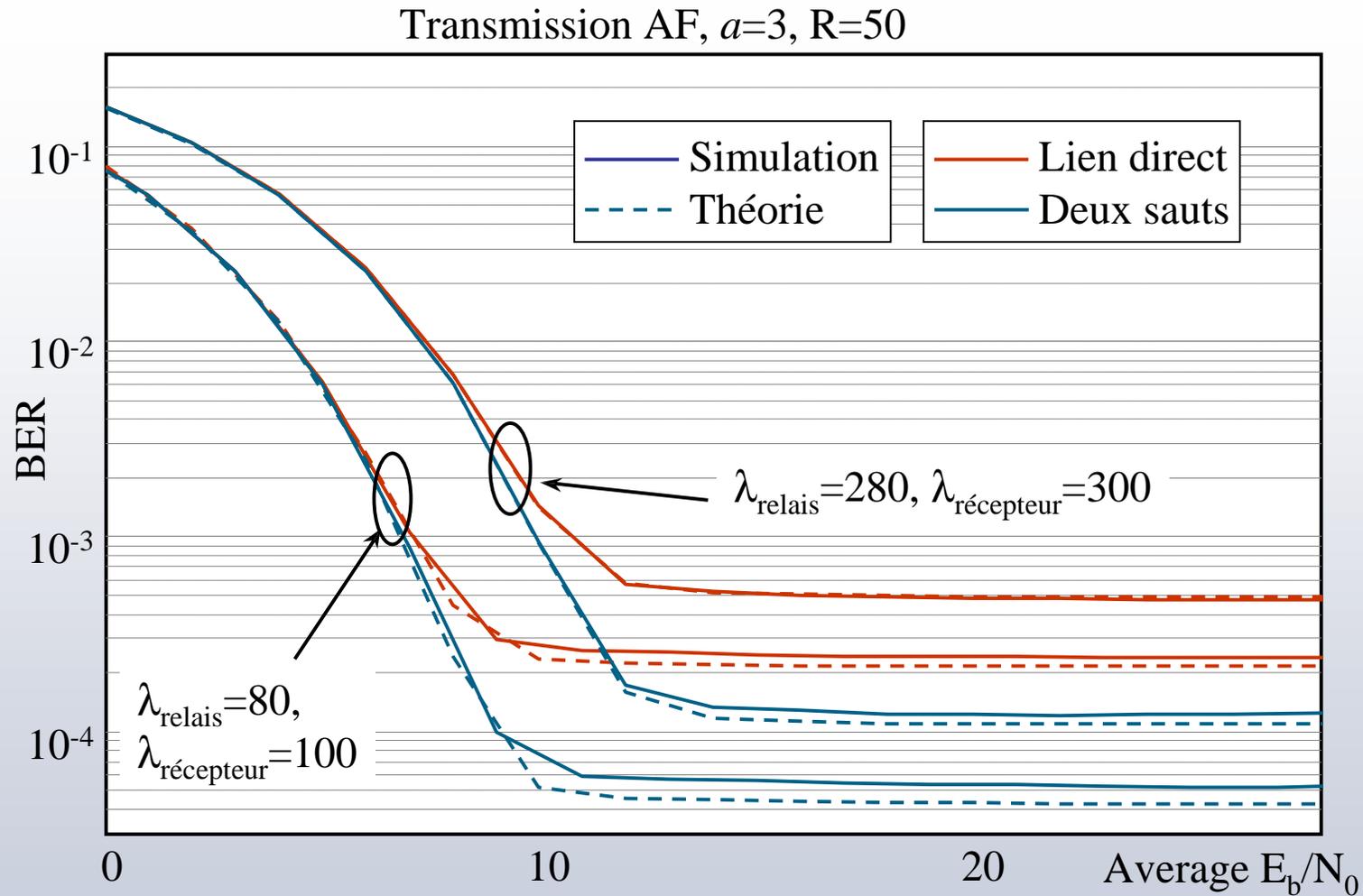
Dans le cas du récepteur gaussien, la probabilité d'erreurs peut être déterminée de façon semi-analytique :

$$P_{e,d} | N_1, N_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{Z_1^{MAI} + Z_2^{MAI}}(-x) f_X(x) dx$$

CDF du MAI

PDF du bruit gaussien

Validation du modèle multi-sauts





Contexte

A propos de l'interférence

Comment la modéliser ?

Exemple des réseaux *ad hoc* et de l'ULB.

Qu'apporte un bon modèle ?

Le cas du récepteur.

Les transmissions multi-sauts.

Conclusions

L'évolution des télécommunications génère le besoin de nouveaux modèles.

C'est par exemple le cas pour l'interférence (réseaux de capteurs, réseaux *ad hoc*, ULB, radio cognitive...) mais aussi pour le canal radio en ULB...

L'habitude de travailler en Télécommunications avec les statistiques d'ordre 2 et les processus gaussiens doit être revue. L'approche α -stable est dans ce contexte très intéressante.

L'impact de nouveaux modèles et les bénéfices de modèles représentant bien la réalité permettent une meilleure compréhension de certains phénomènes et des traitements mieux adaptés.



Merci de votre attention.