1

Etude statistique des systèmes dynamiques

Session organisée par Clémentine PRIEUR

L'objectif de cette session est de présenter des travaux récents sur les propriétés statistiques des systèmes dynamiques. De manière plus précise, on considère une application $T : M \to M$ qu'on suppose en général au moins différentiable par morceaux. On définit alors le système dynamique discret $X_i = T^i$. Si μ est invariante par T, la suite de variables aléatoires $(X_i)_{i \geq 0}$ de (M, μ) dans M est strictement stationnaire. On cherche alors à décrire son comportement statistique asymptotique, c'est-à-dire le comportement des orbites du système dynamique. Pour celà, on commence souvent par montrer qu'on a "un oubli rapide du passé" autrement dit, une décroissance sommable des corrélations. Les coefficients de décroissance des corrélations sont étroitement liés aux propriétés spectrales de l'opérateur de transfert (1; 2; 3).

Références :

[1] Hofbauer, F., Keller, G. : Ergodic properties of invariant measures for piecewise monotonic transformations. Math. Z., **180**, 119-140 (1982).

[2] Lasota, A., Yorke, J.A. : On the existence of invariant measures for piecewise monotonic transformations. Trans. Amer. Math. Soc., **186**, 481-488 (1974).

[3] Morita, T. : Local limit theorem and distribution of periodic orbits of Lasota-Yorke transformations with infinite Markov partition. J. Math. Soc. Japan, **46**, 309-343 (1994).

Adresse de l'organisateur :

Clémentine PRIEUR
Laboratoire de Statistique et Probabilités
INSA Toulouse
31000 Toulouse France
E-mail : clementine.prieur@insa-toulouse.fr
<http://www.lsp.ups-tlse.fr/Fp/Prieur>

Exposé principal : Mesures de dépendance pour certains systèmes dynamiques

par **Jérôme Dedecker**

On peut étudier certaines propriétés des itérations d'une transformation T de mesure invariante m en considérant la chaîne de Markov associée, c'est-à-dire la chaîne dont le noyau est l'opérateur de Perron-Frobenius de T qui envoie $\mathbb{L}^2(m)$ dans lui-même. Il s'agit toujours de chaînes non-irréductibles, mais dans certains cas, le noyau possède de bonnes propriétés lorsqu'il agit sur des classes de fonctions régulières (typiquement les fonctions Höldériennes ou à variations bornées). Celà permet de définir des coefficients qui sont l'analogue des coefficients de mélange utilisés pour les chaînes irréductibles de type Doeblin ou Harris. On peut alors utiliser des résultats classiques en probabilités pour démontrer certains théorèmes limites ainsi que des inégalités de déviation. On donnera quelques exemples au cours de cet exposé.

Adresse :
Jérôme Dedecker
LSTA
Université Paris 6
175, rue du Chevaleret
75013 Paris, France
E-mail : `dedecker@ccr.jussieu.fr`
<`http://www.ccr.jussieu.fr/lsta/dedecker.html`>

Inégalités de concentration pour les systèmes dynamiques et applications statistiques

par **Jean-René Chazottes**

Récemment, des inégalités de concentration ont été établies pour certaines classes de systèmes dynamiques. Elles permettent d'étudier des observables ou estimateurs empiriques qui ne sont pas des moyennes temporelles classiques. Je montrerai en particulier comment l'inégalité de Devroye (qui borne la variance) permet d'etablir de nombreuses propriétés statistiques d'une classe de dynamiques non-uniformément hyperboliques qui inclut par exemple l'application de Hénon.

Adresse :
Jean-René Chazottes
Centre de Physique Théorique
Ecole Polytechnique, CNRS UMR 7644
F-91128 Palaiseau Cedex, France
E-mail : `jeanrene@cpht.polytechnique.fr`
<`http://cpht.polytechnique.fr/cpth/chazottes/`>

Inégalités exponentielles et estimations fonctionelles pour des processus faiblement dépendants : applications aux systèmes dynamiques

par **Véronique Maume-Deschamps**

On estime les fonctions de densité et de régression de processus faiblement dépendants. En utilisant une inégalité exponentielle obtenue par Dedecker et Prieur et généralisée dans un travail précédent, on contrôle la déviation entre l'estimateur et la fonction. Ces résultats s'appliquent à une large classe de systèmes dynamiques et conduisent à des estimations de la densité invariante et de la transformation elle-même.

Adresse :

Véronique Maume-Deschamps
Institut de Mathématiques de Bourgogne
Université de Bourgogne Dijon, Département de Mathématiques
21078 Dijon Cedex, France
E-mail : vmaume@u-bourgogne.fr
<http://math.u-bourgogne.fr/topologie/maume/>

Grandes déviations pour des réseaux d'applications couplées

par **Jean-Baptiste Bardet**

Les réseaux d'applications couplées sont des systèmes dynamiques (déterministes) sur réseau, obtenus en appliquant successivement une dynamique chaotique en chaque site et un couplage entre les sites. Lorsque le couplage est faible, ces systèmes présentent un phénomène de chaos spatio-temporel, caractérisé par l'unicité de la mesure physique et par une propriété de mélange exponentiel pour cette mesure.

Les résultats de grandes déviations que nous avons obtenus permettent de décrire, dans le cadre du formalisme thermodynamique, les fluctuations de la mesure empirique autour de cette mesure physique.

Référence : J.B. Bardet et G. Ben Arous, Spatio-temporal large deviations principle for coupled circle maps, *Annals of Probability*, **32**, no. 1B, 692–729, 2004.

Adresse :

Jean-Baptiste Bardet
Equipe de Théorie ergodique IRMAR
Université Rennes I
Campus de Beaulieu, bâtiment 22
35042 Rennes Cedex France
E-mail : jean-baptiste.bardet@univ-rennes1.fr
<http://name.math.univ-rennes1.fr/jean-baptiste.bardet/>

Vitesse de convergence dans le théorème central limite pour des systèmes dynamiques partiellement hyperboliques

par Stéphane Le Borgne et **Françoise Pène**

Nous considérons des systèmes partiellement hyperboliques (par exemple les automorphismes algébriques ergodiques du tore en dimension quelconque). Nous étudions les propriétés stochastiques de la somme de Birkhoff associée à une fonction höldérienne définie sur un tel système. Plus précisément, nous nous intéressons à la question de la vitesse dans le théorème central limite. Un résultat général permet d'établir une vitesse satisfaisante sous des hypothèses de décorrélation (nous avons établi ce resultat en adaptant la demonstration d'un résultat d'Emmanuel Rio). Nous utilisons une propriété de décorrelation faisant intervenir les régularités de la fonction le long des feuilles instables ainsi que le long des feuilles stables-centrales. Cette propriete nous permet d'utiliser le résultat général cité ci-avant et ainsi d'établir un résultat de Berry Esseen dans notre cadre.

Adresses :

Stéphane Le Borgne
Equipe de Théorie ergodique IRMAR
Université Rennes I
Campus de Beaulieu
35042 Rennes Cedex, France
E-mail : sleborgn@univ-rennes1.fr web

Françoise Pène
Laboratoire de Mathématiques
Université de Bretagne Occidentale, Faculté des sciences et techniques
Département de Mathématiques
29285 Brest Cedex, France
E-mail : Francoise.Pene@univ-brest.fr