Géométrie aléatoire et applications aux réseaux.

Session organisée par Bartek Blaszczyszyn et Pierre Calka

La géométrie stochastique est un outil ancien dans les sciences des matériaux et la biologie. Dans le domaine des télécommunications, les techniques de géométrie stochastique sont particulièrement utiles dans les problèmes où la composante planaire ou spatiale (en plus de la composante temporelle) est centrale. Les principaux objets mathématiques étudiés dans ce cadre sont les processus ponctuels, notamment le processus de Poisson, les graphes aléatoires, les mosaïques, dont la plus célèbre porte le nom de Voronoi, les processus de couverture, dont le célèbre modèle Booléen.

Références :

[1] D. Stoyan and W. Kendall and J. Mecke *Stochastic Geometry and its Applications* (1995) Wiley, Chichester.
[2] B. Blaszczyszyn (2005) Stochastic geometry and communication networks, *Performance Conference*, tutorial,
<http ://www-sop.inria.fr/maestro/performance2005/tutorials.html>.
[3] Ch. Bordenave (2005) Navigation on a Poisson point process, *arXiv* math.PR/0601122,<http ://arxiv.org/pdf/math.PR/0601122>.

Adresse de l'organisateur :

Bartek Blaszczyszyn
ENS-INRIA TREC
École Normale Supérieure
45 rue d'Ulm, 75230 Paris
E-mail : Bartek.Blaszczyszyn@ens.fr
<http://www.di.ens.fr/~blaszczy>

Navigation sur un processus ponctuel de Poisson

par **Charles Bordenave**

Sur un ensemble de points localement fini, une navigation construit un chemin sur cet ensemble qui relie un point à un autre. L'ensemble des chemins aboutissant à un point donné définit un arbre : l'arbre de navigation. Dans cette présentation, on analysera les propriétés de l'arbre de navigation lorsque l'ensemble de points est un processus ponctuel de Poisson sur R^d. On examinera la distribution de fonctionelles stables et la convergence faible locale de l'arbre de navigation. On s'intéressera également à des propriétés plus globales comme la moyenne asymptotique d'une fonctionelle le long d'un chemin, la forme de l'arbre de navigation et ses fins topologiques. On illustrera notre travail sur les graphes de type "small world" où deux points sont reliés avec une probabilité inversement proportionnelle à leur distance. Nous y établissons de nouveaux résultats.

Adresse :

Charles Bordenave
ENS-INRIA TREC
École Normale Supérieure, 45 rue d'Ulm, 75230 Paris
E-mail : `Charles.Bordenave@di.ens.fr`

Spectre de Bartlett des processus ponctuels infiniment divisibles et applications

par **Emmanuel Roy**

Les processus ponctuels infiniment divisibles (ID) sont d'usage fréquent dans les applications, citons par exemple le processus de Poisson (plus généralement tous les "cluster Poisson processes"), les processus de Hawkes avec ou sans ancêtre, etc... Quand ces processus sont de carré intégrable, une mesure appelée spectre de Bartlett, permet l'étude du second ordre de ces processus. Ce spectre prend une forme très particulière dans le cas stationnaire ID et permet d'élucider les propriétés d'ergodicité et de mélange.

Adresse :

Emmanuel Roy
LPAMA, Université Pierre et Marie Curie (P6)
Boîte courrier 188, 75252 Paris
E-mail : `Emmanuel.Roy@di.ens.fr`

Formes des territoires conquis dans un modèle de compétition spatiale

par **Jean-Baptiste Gouéré**

Nous étudions un modèle de compétition aléatoire introduit par Deijfen *et al.* Dans ce modèle, des individus en nombre fini luttent pour conquérir l'espace. Chacun d'eux possède au départ un territoire borné. La dynamique est la suivante. A chaque pas de temps, on choisit un point uniformément sur la réunion des territoires de chaque individu. Celui possédant ce point conquiert alors tout le territoire précédemment sans propriétaires se trouvant dans une boule centrée en ce point et de rayon aléatoire.

En temps infini, tout l'espace est partagé entre les différents individus. Nous donnons des résultats sur la forme des différents territoires.

Adresse :

Jean-Baptiste Gouéré
MAPMO, Université d'Orléans
MAPMO, Fédération Denis Poisson
Université d'Orléans
B.P. 6759
45067 Orléans Cedex 2
France
E-mail : `jbgouere@univ-orleans.fr`
<`http://www.univ-orleans.fr/mapmo/membres/gouere`>

Sur la loi du nombre de côtés de la cellule typique de Poisson-Voronoi dans le plan

par **Pierre Calka**

La cellule typique de Poisson-Voronoi dans le plan euclidien est un polygone aléatoire qui a en moyenne six côtés. La loi du nombre de côtés peut être écrite explicitement sous forme d'une intégrale multiple. Nous nous intéressons ensuite au problème de l'estimation asymptotique de la probabilité d'avoir un grand nombre de côtés qui peut être reliée à la probabilité d'avoir n points dans un disque en position convexe (c'est-à-dire tous situés sur la frontière de leur enveloppe convexe).

Adresse :

Pierre CALKA
U.F.R. de Mathématiques et Informatique Université René Descartes Paris 5
45, rue des Saints-Pères, 75270 Paris
E-mail : `Pierre.calka@math-info.univ-paris5.fr`
<`http://www.math-info.univ-paris5.fr/~calka/`>

Processus de couverture par des signaux interférant

par **Bartek Blaszczyszyn**

Nous définissons et analysons un processus de couverture aléatoire sur l'espace euclidien de dimension d, qui permet de décrire un continuum allant du modèle booléen à la mosaïque de Voronoi en passant par le modèle de Johnson-Mehl. Comme pour le modèle booléen, les données minimales pour définir un tel processus sont un processus ponctuel de Poisson sur cet espace euclidien et une suite de marques aléatoires à valeurs réelles. La cellule attachée à un point est définie comme la région de l'espace où l'effet de la marque de ce point dépasse une fonction affine de l'effet cumulé de toutes les marques du processus ponctuel. Cet effet cumulé est par définition le processus de "shot noise" associé au processus ponctuel. Le continuum de processus de couverture est alors obtenu en faisant varier les paramètres des marques. En plus de l'analyse et de la visualisation de ce continuum, nous étudions plusieurs propriétés fondamentales de ce processus de couverture, comme :

- la probabilité de couverture d'un point par une cellule typique,
- la distribution du nombre de cellules qui couvrent un point,
- les distributions de contact,
- la percolation.

Ce modèle est issu des communications sans fil où plusieurs antennes utilisent les mêmes canaux de fréquences, ou encore des canaux sujets à des interférences. Dans ce cadre, le domaine où une antenne donnée peut être reçue est celui où le rapport signal sur bruit (ou signal sur interférence) est plus grand qu'un certain seuil.

Adresse :

Bartek BLASZCZYSZYN
ENS-INRIA TREC
École Normale Supérieure
45 rue d'Ulm, 75230 Paris
E-mail : `Bartek.Blaszczyszyn@ens.fr`
<`http://www.di.ens.fr/~blaszczy`>