1

Déviations et fluctuations de processus stables.

Session organisée par Thomas Simon

Si $X = \{X_t,\, t \geq 0\}$ est un processus Gaussien réel issu de 0, il est bien connu (3) que

$$\mathbf{P}\left[\sup_{t\in[0,1]} |X_t| > \lambda\right] \;\sim\; e^{-\kappa\lambda^2}, \quad \lambda \to +\infty. \tag{1.1}$$

En revanche, le comportement asymptotique

$$\mathbf{P}\left[\sup_{t\in[0,1]} |X_t| < \lambda\right] \;\sim\; e^{-\kappa/\lambda^\rho}, \quad \lambda \to 0 \tag{1.2}$$

peut faire apparaître - voir (2) - un exposant critique $\rho \neq 2$ dépendant du processus X. Dans un cadre auto-similaire, le problème (1.2) est lié à l'asymptotique

$$\mathbf{P}\left[T > \lambda\right], \quad \lambda \to +\infty \tag{1.3}$$

du premier temps de passage bilatère $T = \inf\{t > 0,\; X_t \notin [-1,1]\}$, lequel est un des objets centraux de la théorie des fluctuations (1). Cette session présentera quelques résultats récents sur les problèmes (1.1), (1.2) et (1.3) pour des processus stables ou plus généraux.

Références :

[1] R. Doney. Fluctuation theory for Lévy processes. In Barndorff-Nielsen et al. (ed.), Lévy processes. Theory and applications. Boston : Birkhäuser. pp. 57-66 (2001).

[2] W. V. Li et W. V. Shao. Gaussian processes : Inequalities, small ball probabilities and applications. In Shanbhag et al. (ed.), Stochastic processes : Theory and methods. Amsterdam : North-Holland/ Elsevier. Handb. Stat. 19, pp. 533-597 (2001).

[3] M. A. Lifshits. Gaussian random functions. Kluwer (1995).

Adresse de l'organisateur :

Thomas Simon
Equipe d'Analyse et Probabilités
Université d'Évry
91025 Evry France
E-mail : tsimon@univ-evry.fr

Scattering et fluctuations des processus de Lévy

par **Sonia Fourati**

Nous donnons une interprétation du problème de sortie bilatéral des processus de Lévy par l'étude d'une chaîne de Markov élémentaire. Nous mettons en évidence une relation forte entre ce problème et la théorie des cordes de Krein. Par exemple, pour les processus de Lévy symétriques à variation bornée, l'exposant de Lévy correspond à la densité spectrale et la factorisation de Wiener-Hopf est une version de la formule d'entropie de Krein.

Adresse :
Sonia Fourati
Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Pierre et Marie Curie
Boîte Courrier 188
75252 Paris Cedex 05, France
E-mail : fourati@ccr.jussieu.fr web

Temps de sortie de processus d'Ornstein-Uhlenbeck spectralement négatifs

par **Pierre Patie**

Nous calculons les transformées de Laplace du premier temps de passage au dessous d'un niveau négatif et du premier temps de sortie d'un intervalle pour un processus d'Ornstein-Uhlenbeck spectralement négatif. Nous montrons que la fonction d'échelle est caractérisée par une généralisation de la fonction de Mittag-Leffler. Les preuves utilisent des techniques de martingale et de théorie du potentiel. Nous étendons ces résultats à d'autres processus comme le processus tué quand il devient négatif ou le processus conditionné à rester positif. La loi du maximum du pont associé est caractérisée par la densité q-résolvante.

Adresse :
Pierre PATIE
RiskLab
Department of Mathematics
ETH-Zentrum
HG F 42.3
CH-8092 Zürich, Suisse
E-mail : pierrepatie@yahoo.fr web

Inégalités de concentration pour les lois stables et indéfiniment divisibles

par **Philippe Marchal**

On présentera quelques inégalités de concentration pour les lois stables, expliquant notamment le lien entre concentration stable (en $1/x^\alpha$) et concentration gaussienne (en e^{-x^2}). On donnera aussi des résultats sur la norme L^p de lois indéfiniment divisibles dans $\mathbb{R}^d$ ayant des moments exponentiels. On montrera l'existence d'une fonction de concentration indépendante de la dimension.

Adresse :
Philippe MARCHAL
Département de Mathématiques et Applications
Ecole Normale Supérieure
45, rue d'Ulm
75230 Paris Cedex 05
E-mail : Philippe.Marchal@ens.fr

web=http ://perso.univ-lr.fr/ajoulin/

Inégalités maximales pour des intégrales stables

par **Aldéric Joulin**

Nous établissons des inégalités maximales pour des intégrales stables. Afin de contrôler la queue de distribution d'un processus stable, un niveau de troncature R est introduit dans le support de sa mesure de Lévy : nous montrons alors que la contribution de l'intégrale dirigée par la partie Poisson composé est négligeable lorsque R est suffisamment grand, réduisant l'étude à la partie martingale de l'intégrale stable. Des inégalités maximales optimales s'ensuivent en choisissant le niveau de troncature R de manière appropriée. Finalement, nous donnons quelques applications de ces inégalités à l'estimation de premiers instants de passage d'un processus symétrique stable au-dessus de certaines courbes continues.

Adresse :

Aldéric JOULIN
Laboratoire de Mathématiques et Applications
Université de La Rochelle
Avenue Michel Crépeau
17042 La Rochelle, France
E-mail : ajoulin@univ-lr.fr

Diffusion aléatoire dans un potentiel asymptotiquement stable

par **Arvind Singh**

Une diffusion X dans un potentiel aléatoire V est une solution de l'E.D.S. informelle $dX_t = d\beta_t - \frac{1}{2}V'(X_t)dt$ (β désigne un mouvement Brownien indépendant de V). Nous considérons ici le cas où V est une marche aléatoire dans le domaine d'attraction d'une loi stable. L'étude des fluctuations du potentiel permet d'obtenir des estimations précises sur le comportement asymptotique de la diffusion. En particulier, nous en déduisons des résultats de type "loi du logarithme itéré" pour X_t, $\sup_{s\leq t} X_s$ et $\sup_{s\leq t} |X_s|$ similaires à ceux obtenus par Hu-Shi (1998) dans le cadre d'un potentiel Brownien.

Adresse :

Arvind SINGH
Laboratoire de Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Pierre et Marie Curie
Boîte Courrier 188
75252 Paris Cedex 05, France
E-mail : arvind.singh@ens.fr