1

Fragmentation et Coalescence

Session organisée par Jean-François DELMAS

Cette session présente des travaux récents sur les processus de fragmentation et de coalescence (voir par exemple (1)).

Références :

[1] *Random fragmentation and coagulation processes,* (à paraître) Bertoin, Jean.

Adresse de l'organisateur :

Jean-François DELMAS
CERMICS
ENPC
77450 Marne La Vallée, France
E-mail : delmas@cermics.enpc.fr
<http://cermics.enpc.fr/~delmas/home.html>

Processus de fragmentations construits à l'aide de serpents

par **Romain Abraham**

Les processus de fragmentation décrivent l'évolution d'une masse qui se disloque de manière aléatoire au cours du temps. J. Bertoin a caractérisé la loi de tous les processus de fragmentation satisfaisant de plus une propriété d'autosimilarité. Cependant, des constructions plus explicites de ces processus sont nécessaires pour obtenir des propriétés spécifiques. Ainsi, J. Bertoin a construit certaines fragmentations auto-simlaires à l'aide de l'excursion brownienne ou D. Aldous et J. Pitman ont construit une autre fragmentation en utilisant l'arbre continu brownien d'Aldous. En 2002, L. Serlet et moi-même avons proposé une construction alternative de la fragmentation d'Aldous-Pitman basée sur un serpent brownien dont le déplacement spatial est un processus de Poisson. Récemment, avec J.-F. Delmas nous avons généralisé cette construction en utilisant les serpents associés aux processus de Lévy. Cette construction génère des fragmentations plus générales qui ne satisfont plus nécessairement la propriété d'auto-similarité. Elle permet également d'obenir des résultats assymptotiques notamment sur le nombre de petits fragments obtenus au cours de la fragmentation.

Adresse :

Romain Abraham
Laboratoire MAPMO, Fédération Denis Poisson
Université d'Orléans
B.P. 6759
47067 ORLEANS cedex 2
E-mail : romain.abraham@univ-orleans.fr

Inférence de processus démographique par la coalescence

par **Frédéric Austerlitz**, Raphaelle Chaix et Evelyne Heyer

Les techniques de coalescence permettent en génétique des populations d'inférer des événements démographiques (date d'expansion d'une population, taux de croissance, taux de migration) à partir de données génétiques. Elles consistent par des méthodes numériques (MCMC, ABC) fondées sur les lois de probabilité issues de la théorie de la coalescence à inférer les lois de ces paramètres. Nous montrons sur des exemples réels la capacité de ces méthodes à inférer les processus historiques chez des populations humaines.

Adresses :

Frédéric Austerlitz
laboratoire ESE, UMR CNRS 8079, Orsay
Université Paris-Sud
Laboratoire Ecologie, Systématique et Evolution
Batiment 360, 91405 Orsay cedex, France
E-mail : Frederic.Austerlitz@ese.u-psud.fr

Raphaelle Chaix
University of Oxford
Department of Statistics
1 South Parks Road, OX1 3TG Oxford, UK
E-mail : chaix@stats.ox.ac.uk

Evelyne Heyer
Musee de L'Homme
Equipe de Génétique des Populations Humaines UMR 5145 Eco-anthropologie
17 Place du Trocadero, 75116 Paris, France
E-mail : heyer@mnhn.fr

Cascades de Ruelle et Processus de Fragmentation

par **Anne-Laure Basdevant**

Au début des années 80, Ruelle a indroduit une cascade de mesure de probabilité aléatoire afin d'étudier le GREM de Derrida. Par la suite, Bolthausen et Sznitman démontrèrent que, grâce à un bon retournement de temps, les cascades de Ruelle pouvaient être vues comme un processus de coalescence homogène en temps. Pitman a alors exprimé le semi-groupe de transition de ce processus de coalescence à l'aide des lois de Poisson-Dirichlet et a remarqué qu'un retournement de temps transforme ce processus de coalescence en un processus de fragmentation inhomogène en temps. Le but de l'exposé est alors, après avoir étendu les resultats de Bertoin sur les fragmentations homogènes en temps au cas des fragmentations inhomogènes en temps, d'étudier ce processus de fragmentation et en particulier d'exhiber sa mesure de dislocation instantanée.

Adresse :

Anne-Laure Basdevant
Laboratoire de Probabilités et Modéles Aléatoires
Université Paris 6
75252 Paris Cedex 05, France
E-mail : `Anne-Laure.Basdevant@ens.fr`

Processus de branchement et coalescence (et aussi fragmentation)

par Thomas Duquesne et **Amaury Lambert**

Il s'agit de présenter des résultats portant sur la coalescence (et la fragmentation) issus de deux travaux indépendants sur les processus de branchement.

1. Nous partons d'un processus de branchement en temps continu que nous munissons d'un mécanisme d'autorégulation, en ajoutant aux naissances et aux morts naturelles (taux linéaires bn et dn respectivement), des morts supplémentaires qui surviennent à un taux quadratique $cn(n-1)$. L'analogue réel du processus de branchement logistique ainsi défini est un processus de type Ornstein-Uhlenbeck changé de temps. En ce qui concerne le processus discret, lorsque le taux de mort d est nul, il peut être vu comme le nombre de fragments d'un processus de fragmentation (branchement) et coalescence de type Kingman (morts par compétition) homogène. Nous généralisons alors le théorème de Kingman en montrant que ce processus « descend de l'infini » pourvu que la fragmentation soit de logarithme intégrable.

2. Dans le second travail, Thomas Duquesne et moi-même considérons un processus de Crump-Jagers-Mode homogène, c'est-à-dire un processus de branchement en temps continu non markovien, où les individus donnent naissance

à taux constant, indépendamment, pendant des durées de vie i.i.d. En caractérisant la loi du processus de contour d'un tel arbre, nous obtenons différents résultats, dont le fait que les temps de coalescence des individus vivant au temps τ forment un processus de Poisson ponctuel tué au premier point au-dessus de τ.

Adresses :

Thomas Duquesne
Laboratoire de Mathématiques UMR 8628
Université Paris-Sud - Bât 425
91405 Orsay Cedex
E-mail : thomas.duquesne@math.u-psud.fr

Amaury Lambert
Laboratoire d'Écologie UMR 7625
Département de Biologie
École Normale Supérieure
46, rue d'Ulm
75230 Paris Cedex 05
E-mail : amaury.lambert@ens.fr
<http://www.biologie.ens.fr/ecologie/ecoevolution/lambert/index.fr.html>

Coagulation stochastique

par Nicolas Fournier et **Eva Löcherbach**

On s'intéresse à des systèmes infinis de particules caractérisées par leur masse. Chaque paire de particules coagule avec un taux donné, qui ne dépend que des masses des particules. On démontre l'existence et l'unicité de tels systèmes de particules, dans un espace adapté au taux de coagulation.

Adresses :

Nicolas Fournier
LAMA
Université Paris 12
Faculté de Sciences et Technologie
61, avenue du Général de Gaulle
94 010 Créteil, France
E-mail : nicolas.fournier@univ-paris12.fr

Eva Löcherbach
LAMA
Université Paris 12
Faculté de Sciences et Technologie
61, avenue du Général de Gaulle
94 010 Créteil, France
E-mail : locherbach@univ-paris12.fr