1

Modèles avec sauts en finance

Session organisée par Marie-Claire Quenez

Le développement de produits financiers de plus en plus complexes nécessite l'utilisation de techniques avancées de calcul stochastique, de contrôle stochastique et de probabilités numériques. Lors de cette session, nous étudierons plus particulièrement les modèles avec sauts. Ces modèles ont de nombreuses applications notamment pour modéliser le risque de défaut ((1)).

Références :

[1] *Hedging of defaultable claims,* (2004) T. Bielecki, M. Jeanblanc, M. Rutkowski, Paris-Princeton Lectures on Mathematical Finance.

Adresse de l'organisateur :

Marie-Claire Quenez
Laboratoire d'analyse et de mathématiques appliquées
Université de Marne-La-Vallée,
Cité Descartes, Champs-sur-Marne
77454 Marne-La-Vallée cedex 2
E-mail : `marie-claire.quenez@univ-mlv.fr`

Optimisation de dividendes et opportunité d'investissement

par Jean-Paul Decamps et **Stéphane Villeneuve**

Le but de ce travail est d'analyser les interactions entre les politiques d'investissement et de versement de dividendes. La question économique sous jacente est de savoir quand il devient optimal de geler les versements de dividendes afin d'autofinancer des opportunités de croissance. Cette analyse conduit à la résolution d'un problème de contrôle stochastique mixte contrôle singulier et arrêt optimal sur les diffusions. En établissant une connection avec un problème d'arrêt auxilliaire, on aboutit à une résolution explicite dans le cas où la diffusion est un mouvement Brownien drifté.

Adresses :

Jean-Paul DECAMPS
GREMAQ
Université de Toulouse I
31000 Toulouse France
E-mail : decamps@cict.fr
<http://idei.fr/>

Stéphane VILLENEUVE
GREMAQ
Université de Toulouse I
31000 Toulouse France
E-mail : stephane.villeneuve@univ-tlse1.fr

Comparaison entre l'analyse technique et un probleme d'allocation impulsionnel de portefeuille avec couts de transaction.

par **Christophette Blanchet-Scalliet**, Benoite De Saporta, Denis Talay, Etienne Tanre et Rajna Gibson

On considère ici le cas d'un marché formé de deux actifs un bond $S0$ et un stock S où les coûts de transaction ne sont pas négligeables. A chaque date, l'agent peut investir toute sa richesse soit dans le bond, soit dans le stock. Sa richesse évolue suivant l'équation suivante

$$\frac{dW_t^\pi}{W_t^\pi} = \pi_t \frac{dS_t}{S_t} + (1-\pi_t)\frac{dS0_t}{S0_t} - g_{01}\delta(\Delta\pi_t = 1) - g_{10}\delta(\Delta\pi_t = -1), \quad (1)$$

où $\pi_t \in \{0;1\}$ est la stratégie, g_{01} et g_{10} sont les coûts d'achat et de vente. Ce problème est un problème de controle stochastique non-classique. Nous avons obtenu que la fonction valeur de ce problème est continue, satisfait le principe de la programmation dynamique et est l'unique solution de viscosité de l'équation d'Hamilton Jacobi Bellman.

Nous présentons des simulations numériques de cette stratégie et nous les comparons à la performance pour l'analyse technique.

Adresses :

Christophette BLANCHET-SCALLIET
Laboratoire J.A Dieudonné
Université de Nice
06 000 NICE France
E-mail : blanchet@math.unice.fr

Benoite De Saporta
Inria Sophia-Antipolis
route des Lucioles
06962 Sophia-Antipolis France
E-mail : benoite.de_saporta@sophia.inria.fr

Denis Talay
Inria Sophia-Antipolis
route des Lucioles
06962 Sophia-Antipolis France
E-mail : denis.talay@sophia.inria.fr

Etienne Tanre
Inria Sophia-Antipolis
route des Lucioles
06962 Sophia-Antipolis France
E-mail : etienne.tanre@sophia.inria.fr

Rajna Gibson
University of Zurich, Switzerland

Intégration par parties pour les processus de sauts purs et application au calcul d'espérances conditionnelles.

par **Marie-Pierre Bavouzet**

Le but de cet exposé est de calculer des espérances conditionnelles en utilisant le calcul de Malliavin, ce qui permet de traiter les problèmes de pricing et hedging d'options Americaines. Les actifs considérés sont des processus de sauts purs. La première étape est d'établir un calcul basé sur les amplitudes de sauts et permettant d'obtenir une formule d'intégration par parties sous une certaine condition de non dégénérescence. La difficulté vient du fait que la loi des amplitudes n'est pas forcément continue, ce qui génère des "termes de bord". Afin de les éliminer, des fonctions "poids" sont introduites dans le calcul. Il faut alors établir une condition de non-dégénérescence adéquate réalisant un équilibre entre ces poids et leurs dérivées. La deuxième étape est d'itérer la formule d'intégration par parties obtenue précédemment. Un autre problème apparait car les dérivées secondes des fonctions poids entrent en jeu, mais elles ne sont jamais intégrables. Enfin, nous montrerons comment ces intégrations par parties sont utilisées pour calculer les espérances conditionnelles.

Adresse :

Marie-Pierre Bavouzet
INRIA Rocquencourt, projet MATHFI
INRIA
Domaine de Voluceau-Rocquencourt
Projet MATHFI – Bat 12
78150 Le Chesnay, France
E-mail : marie-pierre.bavouzet@inria.fr

Optimisation de portefeuille dans un marché soumis au risque de défaut

par **Benoit Jottreau**

On cherche à résoudre le problème d'optimisation de portefeuille dans un cadre où l'investisseur maximise une fonction d'utilité exponentielle et où le marché est constitué d'un actif sans risque et d'une action suivant un modèle de Black-Scholes avec risque de défaut.

En utilisant le principe de programmation dynamique, nous montrons que la fonction valeur est la solution de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman associée. Nous montrons l'existence et l'unicité de la solution de cette E.D.P. et donnons une caractérisation de la fonction valeur et du portefeuille optimal à l'aide de la solution d'une équation différentielle ordinaire. Finalement, grace à cette caractérisation, nous dégageons certaines propriétés qualitatives pour le portefeuille optimal.

Adresse :

Benoit Jottreau
Laboratoire d'analyse et de mathématiques appliquées
Université de Marne La Vallée
UFR de Mathématiques - Bat Copernic
77420 Champs sur Marne, France
E-mail : jottreau@math.univ-mlv.fr

Discrétisation d'équations rétrogrades avec sauts et applications en finance

par Bruno Bouchard et **Romuald Elie**

Nous proposons un schéma numérique pour la résolution de systèmes d'équations rétrogrades découplées avec sauts. Supposant que les coefficients sont Lipschitz, nous obtenons la convergence du schéma lorsque le nombre de pas de temps n tends vers l'infini. Lorsque le terme de sauts du processus tangent du processus forward vérifie une condition de non-dégénérescence, nous obtenons la vitesse optimale de convergence en $n^{-1/2}$, généralisant les travaux de Zhang dans le cas sans sauts. Nous démontrons également que cette hypothèse de non-dégénérescence peut être omise dans le cas particulier où les coefficients sont C_b^1 à dérivée Lipschitz.

Ce type d'équations apparaît naturellement dans les problèmes de contrôle optimal stochastique et, en particulier en finance, dans les problèmes de couverture ou de maximisation d'utilité exponentielle lorsque les sous-jacents sont des processus à sauts. Une légère généralisation de notre schéma permet également la résolution de systèmes d'équations aux dérivées partielles couplées, qui trouve par exemple des applications en finance dans le pricing d'options sur sous-jacent soumis à un risque de défaut.

Adresses :

Bruno BOUCHARD
LPMA - CREST
CREST, LFA
15, Bd Gabriel Péri
92245 Malakoff Cedex - FRANCE
E-mail : `bouchard@ccr.jussieu.fr`
<`http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/bouchard/bouchard.htm`>

Romuald ELIE
CREST - ENSAE - CEREMADE
CREST, LFA
15, Bd Gabriel Péri
92245 Malakoff Cedex - FRANCE
E-mail : `elie@ensae.fr`
<`http://www.crest.fr/pageperso/elie/elie.htm`>