1

Problèmes inverses

Session organisée par Jean-Michel LOUBES

Un problème est dit inverse lorsqu'il s'agit de reconstruire ou de prédire un paramètre qui n'est pas observé directement, par opposition à un problème dit direct. Ainsi la difficulté propre à un problème inverse est d'arriver à distinguer deux causes différentes mais produisant des effets similaires. Cette difficulté est mesurée par un indice mesurant la faǫn dont le problème est dit mal-posé. Une autre difficulté liée à l'étude des problèmes inverses est qu'elle demande souvent une bonne connaissance du problème direct, et repose sur en général sur des éléments spécifiques à ce problème. Il existe toutefois quelques techniques possédant un domaine d'applicabilité étendu, notamment la régularisation de l'opérateur inverse au moyen de méthodes de seuillage ou de moindres carrés.

Adresse de l'organisateur :

Jean-Michel LOUBES
CNRS et Institut de Mathématiques et de Modélisation
Université Montpellier 2
31000 Toulouse France
E-mail : `loubes@math.univ-montp2.fr`
<`http://www.math.univ-montpe.fr/~loubes`>

Nonlinear inverse problems

par **Axel Munk**

In this talk we will discuss the estimation of jump locations in regression models, where the regression function has to be estimated from a noisy Fredholm equation with a continuous integral kernel. It is shown that the generic rate of convergence is $1/\sqrt{n}$, as long as the number of jumps is finite. Faster rates will result if the kernel is degenerated. This is in contrast to the direct case, where a $1/n$-rate is well known to be minimax. The Potts reconstruction for the direct and inverse case will be discussed and it is proved to achieve the minimax rates in spaces of functions with finitely many jumps as well as in certain nonlinear approximation spaces. In the direct case a scale space result will be given, as well as convergence in the Skorokhod metric. Finally, we will discuss the asymptotic distribution and confidence intervals for the jump locations and several examples are discussed.

Adresse :

Axel Munk
Goettingen University
Statistical Institute
Goettingen, Germany
E-mail : munk@math.univ-goettingen.de

Seismic Tomography

par **Carles Dossal**

The recovery of geological reflection coefficients from seismic data includes a deconvolution operation. The sparse spike deconvolution algorithm used in seismic inversion is computed with an l_1 minimization. Although this procedure was developed in 1973, there is no mathematical model that explains the efficiency of this approach for seismic data. Using recent results on sparse signal representations in redundant dictionaries, this paper proves that reflectivities that are sums of Diracs sufficiently far away can indeed be recovered with an l_1 penalized deconvolution. Numerical examples on seismic signals illustrate these results.

Adresse :

Carles Dossal
CMAPX
Ecole Polytechnique
E-mail : dossal@cmap.polytechnique.fr

NeedVD : ondelettes de seconde génération adaptées à l'estimation dans les problèmes inverses

par **Thomas Willer**

On s'intéresse à l'estimation d'une fonction f qu'on observe de façon bruitée et transformée par un opérateur linéaire K : $Y_\varepsilon = Kf + \varepsilon \dot{W}$. Le but est de développer une procédure qui combine les avantages de la décomposition en valeurs singulières, à savoir la stabilité et la simplicité des calculs, à ceux des décompositions sur des bases localisées (comme les bases d'ondelettes), dans lesquelles f peut être bien approximée à l'aide d'un nombre réduit de coefficients. Pour cela on construit un "frame" localisé lié à une base sous jacente (ici en l'occurence la base svd) en utilisant une décomposition de Littlewood Paley et une formule de cubature. Puis les coefficients de f dans ce frame sont estimés et seuillés. Cette procédure est développée et étudiée (vitesse de convergence et comportement sur des données simulées) dans deux cas : la déconvolution et le problème de Wicksell.

Adresse :

Thomas Willer
CMAPX
Université Paris VII
UFR de Mathematiques
75013 Paris, France
E-mail : willer@math.univ-jussieu.fr

Regularization of inverse problems with a noisy operator

par **Clément Marteau**

In this talk, we will discuss about inverse problems with a noisy operator. Using the penalised blockwise Stein's rule, we construct an estimator that produces sharp asymptotic oracle inequalities in different settings. In particular, we consider the case where the set of bases is not associated to the singular value decomposition. In this case, the representation matrix of the operator is not diagonal. We will present some required conditions to obtain sharp results in this framework.

Adresse :

Clément Marteau
CMAPX
Université Aix-Marseille I
13 453 Marseille cedex
E-mail : clement.marteau@cmi.univ-mrs.fr

Inverse Problems and Econometry

par **Anne Vanhems**

The objective of this work is to study the statistical properties of solutions of a differential equation which depends on the data set and whose underlying random variables are endogenous. Problems of endogeneity are numerous in economic fields and such assumptions are often more realistic than independence. We will motivate this study by an application in demand theory to the measure of variation of exact consumer surplus, when assuming that prices or incomes are endogenous variables. Moreover it allows us to mix two already studied inverse problems : smoothing the data set with endogenous variables and solving a differential equation depending on this data set. In structural econometrics, interest parameters are often defined implicitly by a relation derived from the economic context and depending on the law of distribution of the data set. Such problems that require to explicit the link between the parameter of interest and the law of data set are generally called inverse problems. Depending on the regularity properties of the relation to solve, they are either well-posed (ie there exists a unique stable solution) of ill-posed. In this work, we focus on a mixture of well-posed and ill-posed inverse problems.

Adresse :

Anne Vanhems
ESC Toulouse
ESC Toulouse and Université Toulouse I
31000 Toulouse
E-mail : a.vanhems@esc-toulouse.fr