1

Statistique quantique

Session organisée par Cristina Butucea

Le monde quantique ne peut être observé au niveau macroscopique que d'une manière aléatoire et le rôle des statistiques est de décider de quelles mesures effectuer et de reconstruire l'objet quantique sous-jacent à partir de l'observation aléatoire qui en résulte. Les physiciens depuis les travaux de Holevo (2) et Helstrom (1) ont commencé à employer des méthodes statistiques avec succès. Nous proposons ici un bref apperçu des résultats sur la propriété de normalité asymptotique locale (LAN) et de l'équivalence asymptotique des états quantiques, suivis par l'estimation de l'état quantique de la lumière, respectivement d'une fonctionnelle associée, en tant que problèmes inverses nonparamétriques.

Références :

[1] Helstrom, C. W. *Quantum Detection and Estimation Theory*, (1976), Academic Press, New York.

[2] Holevo, A. S. *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*, (1982), North-Holland.

Adresse de l'organisateur :

Cristina Butucea
Modal'X
Université de Paris X
92 001 Nanterre France
E-mail : butucea@ccr.jussieu.fr
<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/butucea/>

Quantum Statistics as Wave-Pattern Reconstruction of Matter

par **Viacheslav Belavkin**

We give a brief introduction into quantum statistics as a nonclassical inference theory of nonorthogonal wave hypothesis testing. This purely mathematical approach can be applied to unknown wave patterns of any nature when the observations are restricted to only quadratic forms describing wave intensity statistics. It is fundamental in quantum information and statistics based on the noncommutative mathematics which has been developed in quantum probability, the theory of ontological probabilities such as induced by matter waves as elementary particles of quantum physics.

Adresse :

Viacheslav BELAVKIN
School of Mathematical Sciences
University of Nottingham
Nottingham NG7 2RD, United Kingdom
E-mail : `Viacheslav.Belavkin@nottingham.ac.uk`
<`http://www.maths.nott.ac.uk/personal/vpb/`>

Asymptotic Equivalence of Quantum Experiments

par **Mădălin Guţă**

The theory of statistical experiments plays a central role in mathematical statistics unifying in a general framework techniques tailored for different statistical problems and putting in perspective the underlying connections. The first steps in generalizing the theory to quantum statistics have been done by Denes Petz with the characterization of quantum sufficiency describing which algebras of observables contain the entire information about a set of quantum states. In general comparing two statistical experiments can be described by using the notion of randomization which in physics language is a quantum channel. A distance between experiments can be defined in this way and this distance has a statistical interpretation within statistical decision theory. This opens a substantial area of research, and we present a few results regarding weak and strong convergence of experiments, and local asymptotic normality for quantum states.

Adresse :

Mădălin GUŢĂ
Mathematical Institute
University of Utrecht
Budapestlaan 6,
3584 CD Utrecht, The Netherlands
E-mail : guta@math.uu.nl
<http://www.math.ru.nl/~guta/>

Local Asymptotic Normality for Qubit States

par Mădălin Guţă et **Jonas Kahn**

We study the asymptotic properties of the joint state $\rho^{\otimes n}$ of n identically prepared qubits ρ (quantum states in 2 dimension). We show that for all individual states ρ situated in a local neighborhood of size $1/\sqrt{n}$ of a fixed state ρ_0, the joint state converges to a displaced thermal equilibriul state of a quantum harmonic oscillator. This means that there exists a transformation (trace preserving quantum channels) mapping the qubit states asymptotically close to their corresponding oscillator state, uniformly over all states in the local neighborhood.

Adresses :

Mădălin GUŢĂ
Mathematical Institute
University of Utrecht
Budapestlaan 6,
3584 CD Utrecht, The Netherlands
E-mail : guta@math.uu.nl
<http://www.math.ru.nl/~guta/>

Jonas KAHN
Université Paris Sud 11
Dṕartement de Mathématiques
Bât. 425, 91405 Orsay Cedex, France
E-mail : jokahn@clipper.ens.fr

Estimation minimax de l'état quantique par tomographie quantique homodyne avec erreurs sur les observations

par **Cristina Butucea**, Mădălin Guţă et Luis Artiles

We estimate the quantum state of a light beam from results of quantum homodyne measurements performed on identically prepared quantum systems. The state is represented through the Wigner function, a generalized probability density on R^2 which may take negative values and must respect intrinsic positivity constraints imposed by quantum physics. The effect of the losses due to detection inefficiencies which are always present in a real experiment, is the addition to the tomographic data of independent Gaussian noise.

We construct a kernel estimator for the Wigner function, prove that it is minimax efficient for the pointwise risk over a class of infinitely differentiable functions, and implement it for numerical results. We construct adaptive estimators, i.e. which do not depend on the smoothness parameters, and prove that in some set-ups they attain the minimax rates for the corresponding smoothness class.

Adresses :

Cristina Butucea
Modal'X
Université de Paris X
92 001 Nanterre France
E-mail : butucea@ccr.jussieu.fr
<http://www.proba.jussieu.fr/pageperso/butucea/>

Mădălin Guţă
Mathematical Institute
University of Utrecht
Budapestlaan 6,
3584 CD Utrecht, The Netherlands
E-mail : guta@math.uu.nl
<http://www.math.ru.nl/~guta/>

Luis Artiles
Eurandom
P.O. Box 513, 5600 Eindhoven
The Netherlands
E-mail : artiles@eurandom.tue.nl

Estimation non paramétrique minimax de la pureté d'un état quantique

par **Katia Meziani**

Il s'agit d'estimer la pureté de l'état quantique d'un rayon de lumière à partir de mesures par tomographie quantique homodyne de n systèmes quantiques identiques, indépendants. L'état quantique de la lumière est entièrement caractérisé par la fonction de Wigner, une densité de probabilité jointe généralisée qui peut prendre des valeurs négatives et qui doit respecter certaines contraintes de positivité imposées par la physique quantique.

Nous estimons une fonctionnelle quadratique de la fonction de Wigner par une méthode de type noyau et montrons que les vitesses obtenues sont minimax. Cette quantité a une signification physique précise et, en outre, ce résultat trouve des applications aux problèmes de tests d'adéquation et d'homogénéité en distance L_2.

Adresse :

Katia Meziani
Laboratoire Probabilités et Modèles Aléatoires
Université Paris 7
75005 Paris France