1

Transport et concentration de la mesure

Session organisée par Frank Barthe

Cette session présente des développements récents qui font intervenir le transport optimal et le phénomène de concentration de la mesure (voir e.g. (1; 2)). Une partie des exposés montrera que les inégalités reliant coût du transport vers une mesure de référence et entropie relative sont un outil puissant permettant d'obtenir des inégalités de concentration. D'autres exposés illustreront des applications statistiques des inégalités de concentration.

Références :

[1] M. Ledoux. *The concentration of measure phenomenon*, volume 89 of *Mathematical Surveys and Monographs*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2001.

[2] C. Villani. *Topics in optimal transportation*, volume 58 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, 2003.

Adresse de l'organisateur :

Franck Barthe
Institut de Mathématiques de Toulouse, LSP
Université Paul Sabatier
F-31062 Toulouse Cedex 9
E-mail : barthe@math.ups-tlse.fr

Inégalités de Transport et Applications

par **Arnaud Guillin**

Les inégalités de transport, dérivées de l'inégalité de Pinsker, et développées initialement par Marton et Talagrand pour etudier le phénomène de concentration de la mesure (éventuellement adimensionnelle), sont actuellement en plein essor. En effet, depuis un article référence de Bobkov et Gotze, ces inégalités, liant distance de Wasserstein et entropie, permettent d'obtenir des inegalites de déviations facilement et trouvent donc des applications dans des champs divers : statistique, approximation d'EDP,... L'étude de critère pour ces inégalités s'est donc fortement dévelopée. Nous recenserons ici les méthodes qui permettent d'étudier les inégalités de transport : le passage par des inégalites plus fortes de type Sobolev logarithmique, une etude directe par condition d'intégrabilité et une approche par les grandes déviations. Nous discuterons également des applications de ces inégalites et certains problèmes qui restent à résoudre !

Références :

[3] P. Cattiaux, A. Guillin. "Talagrand's like quadratic transportation cost inequalities". preprint

[4] H. Djellout, A. Guillin and L. Wu "Transportation cost-information inequalities for random dynamical systems and diffusions". Annals of Probability, Vol 32, no. 3B, 2702–2732, 2004

[5] I. Gentil, A. Guillin and L. Miclo "Modified logarithmic Sobolev inequalities and transportation inequalities". To appear in Probability Theory and Related Fields, 2005

[6] F. Bolley, A. Guillin, C. Villani "Quantitative concentration inequalities for empirical measures on non compact spaces ". To appear in Probability Theory and Related Fields, 2005

[7] F. Bolley, C. Villani "Weighted Csiszar-Kullback-Pinsker inequalities and applications to transportation inequalities. To appear in Annales de la Faculte des Sciences de Toulouse, 2005

[8] Gozlan N., Leonard L. A large deviation approach to some transportation cost inequalities preprint 2005

[9] Bobkov, S. G. ; Götze, F. " Exponential integrability and transportation cost related to logarithmic Sobolev inequalities." J. Funct. Anal. 163 (1999), no. 1, 1–28.

Adresse :

Arnaud GUILLIN
CEREMADE
Université Paris Dauphine
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny
75775 Paris Cedex 16, France
E-mail : guillin@ceremade.dauphine.fr
<http://www.ceremade.dauphine.fr/~guillin>

Approximation particulaire d'une équation de champ moyen

par **François Bolley**, Arnaud Guillin et Cédric Villani

On étudie une méthode d'approximation particulaire de solutions d'équations aux dérivées partielles de diffusion (de McKean-Vlasov), qui consiste en l'introduction d'un grand nombre N de particules fictives évoluant selon des équations différentielles stochastiques couplées. On s'intéresse principalement à donner des estimations explicites quantifiant la précision de l'approximation. Pour cela on fait appel à des inégalités de concentration liées aux inégalités de transport.

Adresses :

François Bolley
Institut de Mathématiques de Toulouse, LSP
Université Paul Sabatier
F-31062 Toulouse Cedex 9
E-mail : bolley@math.ups-tlse.fr
<http://www.lsp.ups-tlse.fr/Fp/Bolley>

Arnaud Guillin
CEREMADE
Université Paris Dauphine
Place du Maréchal de Lattre de Tassigny
F-75775 Paris Cedex 16
E-mail : guillin@ceremade.dauphine.fr
<http://www.ceremade.dauphine.fr/~guillin>

Cédric Villani
UMPA
Ecole Normale Supérieure de Lyon
46 allée d'Italie
F-69364 Lyon cedex 7
E-mail : cvillani@umpa.ens-lyon.fr
<http://www.umpa.ens-lyon.fr/~cvillani>

Inégalités de concentration

par **Thierry Klein**

Dans cet exposé, nous nous intéresserons à deux aspects de la concentration de la mesure. Dans la pemière partie nous donnons des constantes précises dans les inégalités de Type Talagrand pour le maxima de processus empiriques. Dans la seconde nous donnons des inégalités de concentration convexe pour des processus à temps continu (resp. à temps discret) et appliquons ces résultats au supremum de variables aléatoires de Poisson (resp. Binomiale).

Adresse :

Thierry Klein
Laboratoire de Statistique et Probabilités, Toulouse
Institut de Mathématiques
Université Paul Sabatier
31062 Toulouse Cedex 09, France
E-mail : tklein@math.ups-tlse.fr

Construction d'inégalités exponentielles pour les processus de Hawkes

par **Patricia Reynaud-Bouret** et Emmanuel Roy

Les processus de Hawkes sont une modélisation possible des temps d'apparition de tremblements de terre. Récemment ils ont été utilisés pour modéliser la position de certains mots sur la chaîne ADN. Nous utilisons la structure de cluster de Poisson du processus de Hawkes pour obtenir des estimés non asymptotiques de la queue du temps d'extinction, du temps de couplage ou du nombre de points par intervalle. Cela nous permet de définir une famille de processus de Hawkes indépendants, chacun d'entre eux approchant le processus initial sur un intervalle particulier. Cela nous donne alors un moyen facile de produire des inégalité exponentielles pour le processus de Hawkes qui précisent le théorème ergodique.

Adresses :

Patricia Reynaud-Bouret
DMA-Ecole Normale Supérieure
45 Rue d'Ulm
75230 Paris Cedex 05, France
E-mail : reynaud@dma.ens.fr

Emmanuel Roy
DI-Ecole Normale Supérieure
45 Rue d'Ulm
75230 Paris Cedex 05, France
E-mail : Emmanuel.Roy@ens.fr

Inégalités de transport associées à des inégalités exponentielles de type Bernstein.

par **Paul-Marie Samson**

L'inégalité de transport associée à la distance en variation totale, connue sous le nom d'inégalité de Pinsker, permet d'obtenir des inégalités exponentielles de déviation de type Hoeffding pour les suites de variables aléatoires faiblement dépendantes. Nous proposons une modification de l'inégalité de Pinsker qui donne des inégalités de type Bernstein, dans lesquelles les déviations sont controlées par les variances des variables aléatoires.

Dans le cas indépendant, une version fonctionnelle plus précise de ces inégalités de transport donne les inégalités de déviation de Talagrand avec les constantes optimales, pour les suprema de sommes de variables aléatoires.

Adresse :

Paul-Marie Samson
Laboratoire d'analyse et mathématiques appliquées
Université de Marne-la-Vallée
5 boulevard Descartes
Champs-sur-Marne
77454 Marne la Vallée Cedex 2, France
E-mail : paul-marie.samson@math.univ-mlv.fr