Hydrodynamique Lagrangienne et formalisme ALE étendu à des mailles constituées d'arcs coniques déformables

Hoch P., Samba G.

CEA-DAM, DIF 91297, Arpajon, France (philippe.hoch@cea.fr),(gerald.samba@cea.fr)

Dans la Fusion par Confinement inertiel (FCI), une fine coquille de plastique pouvant présenter des défauts, est mise en mouvement par le rayonnement laser ou un rayonnement X et vient comprimer un mélange de Deuterium-Tritium placé à l'intérieur. On cherche à faire fusionner ce mélange grâce à cette compression. La simulation de cette expérience nécessite la résolution des équations d'Euler. A cause des grandes déformations subies par cette coquille durant ce processus, le formalisme ALE pour résoudre ces équations (Arbitrary Lagrangian Eulerian) est bien adapté à ce type de simulation. Il allie en effet la précision et l'économie du formalisme Lagrangien à la souplesse et la robustesse du formalisme Eulérien. Les méthodes courantes font évoluer des maillages composés de quadrilatères à bords droits. Ce type de maillages n'est pas le mieux adapté pour mailler des coquilles puisqu'il approche des cercles par des segments de droite (Fig. 1). De même, pour discrétiser une condition initiale dont le support est bordé par une conique, un maillage à bords coniques remplace avantageusement un maillage cartésien (Fig. 2). De nombreuses études ont abordé ce problème ; dans le cadre des schémas décalés en espace, des quadrilatères avec des arêtes circulaires ont été proposés [12] mais avec la contrainte d' avoir des maillages structurés, des maillages curvilignes associés à un formalisme éléments finis ont également été étudiés [7, 5, 4]. D'autre part, pendant le CEMRACS 2010, une hydrodynamique ALE avec un schéma centré, utilisant des maillages non structurés de polygones avec des arêtes coniques, a été étudiée. Des résultats prometteurs ont été obtenus [9], voir par exemple un calcul Lagrangien et le calcul ALE correspondant sur le cas de Sedov (Fig. 3). Aussi, nous sommes intéressés à poursuivre cette étude.

On se place donc dans le cadre d'une hydrodynamique 2D plane ALE sur des maillages dont les bords des éléments sont décrits par un type de NURBS (courbes de Bezier quadratiques rationnelles) pouvant décrire exactement toutes les coniques. Le schéma Glace [6, 3, 9], un lisseur et une projection [9] ont été adaptés à ces maillages.

Les points suivants restent à étudier :

- Actuellement à chaque arête est associé un poids qui détermine le type de la conique. Ce poids est fixe au cours du temps. On voudrait pouvoir faire évoluer ce poids, ce qui permettrait de mieux adapter le maillage en prenant en compte les déformations associées à l'écoulement.

- En particulier, que donneraient ces améliorations dans le cas d'un maillage polaire (Fig. 1) maillé par des cercles pour un écoulement 1D convergent ? Peut-t-on respecter la symétrie radiale de l'écoulement même si le maillage n'est pas équisectoriel ?

- Nous sommes également intéressés par l'extension à l'ordre 2 en temps et en espace de ce schéma curviligne, la conservation au niveau discret de la "Geometric Conservation Law" (GCL). On pourra s'inspirer pour cela des travaux de Pierre-Henri Maire [10, 11] pour les maillages composés de polygones à bords droits.

La seconde étude peut être menée indépendamment de la première.

L'hydrodynamique dans la simulation de la FCI est couplée à la conduction thermique. Leur simulation nécessite la résolution d'équations de diffusion. Dans le cadre du CEMRACS 2010, les schémas de diffusion Breil-Maire et MPFA ont été testés sur des maillages composés de polygones [8]. Nous avons démontré leur robustesse et leur précision. Aussi nous avons commencé à les adapter aux coniques, le point suivant reste à étudier :

- Finir l'adaptation du schéma de diffusion Glace, faire de même pour les schémas de diffusion Breil-Maire [1] et MPFA.

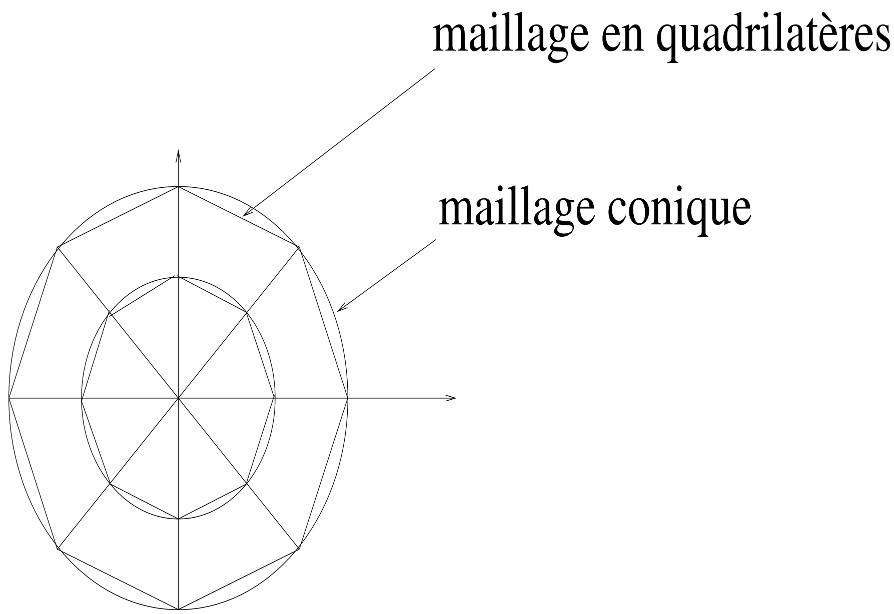

FIGURE 1 – Maillage polaire

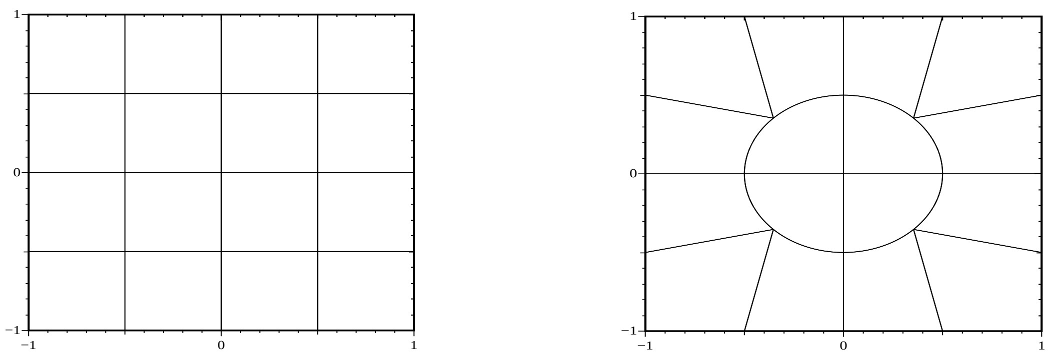

FIGURE 2 – Maillage Cartésien, Maillage conique

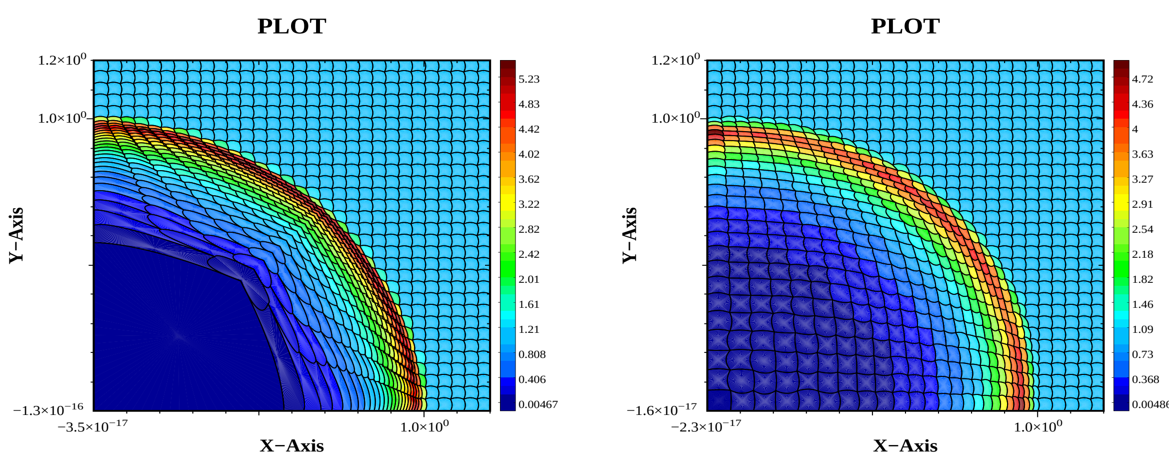

FIGURE 3 – Cas test de Sedov : Calcul Lagrangien, Calcul ALE

Références

[1] J. Breil, P-H. Maire, *A cell-centered diffusion scheme on two-dimensional unstructured meshes.* Journal of Computational Physics 224 (2007) 785-823.

[2] C. Buet, B. Després, E. Franck, *Design of asymptotic preserving scheme for the hyperbolic heat equation on unstructured Meshes.* preprint, report LJLL, UMPC, 2010.

[3] G. Carre, S. Del Pino, B. Despres, E. Labourasse, *A cell-centered Lagrangian hydrodynamics scheme on general unstructured meshes in arbitrary dimension* , Jour. Comp. Physic., Vol 228,pp 5160-5183, 2009.

[4] Cheng J., Shu C.W., *A third order Conservative Lagrangian type scheme on curvilinear meshes for the compressible Euler equations*, comm. on comput. phys., vol 4, no5, pp 1008-1024, 2008.

[5] S. Del Pino, *A curvilinear finite-volume method to solve compressible gas dynamics in semi-Lagrangian coordinates*, CRAS, Vol 348, num 17-18, pp. 1027-1032, 2010.

[6] B. Després, C. Mazeran., *Lagrangian gas dynamics in two dimensions and lagrangian systems. Arch. Rational Mech. Anal.*, Vol 178, pp 327-372, 2005.

[7] V. Dobrev, T. Ellis, T. Kolev, R. Rieben, *Energy conserving finite element discretizations of Lagrangian hydrodynamics. Part 1 : Theoretical framework*, Downloadable presentation of Multimat'09 conference.

[8] E. Franck, G. Samba, P. Navaro, P. Hoch, *An asymptotic preserving scheme for P_1 model using classical diffusion schemes on unstructured polygonal meshes* to appear in : CEMRACS 2010 Proceedings.

[9] P. Hoch, P. Navaro, B. Boutin, E. Deriaz *Extension of ALE methodology to unstructured conical meshes* to appear in : CEMRACS 2010 Proceedings.

[10] P.H. Maire, R. Abgrall, J.Breil and J. Ovadia, *A cell-centered Lagrangian scheme for two-dimensional compressible flow problems*, SIAM J.Sci.Comput., Vol 29, pp 1781-1824, 2007.

[11] Maire, *Habilitation à diriger des recherches*, en instance de publication, 2011.

[12] Margolin L.G., Shashkov M., *Using a curvilinear grid to construct symmetry-preserving discretizations for Lagrangian gas dynamics*, J. Comput. Phys., vol 149, number 2, pp 389-417, 1999.