

Projet Cemracs : Résolution du système
d'équations P_1 sur des maillages non
structurés non triviaux par des schémas
centrés ayant la limite diffusion

June 17, 2010

Contexte

Pour la simulation des expériences de fusion par confinement inertiel et l'explosion des supernova, on peut utiliser deux types de modélisation pour traiter le transfert radiatif :

- la première modélisation est basée sur la résolution de l'équation du transport dont l'inconnue, l'intensité radiative, dépend de la direction des particules,
- la seconde modélisation s'appuie sur une approximation angulaire de l'intensité radiative qui conduit à un système dont les inconnues sont les deux premiers moments de l'intensité radiative : le système P_1 .

Nous nous intéressons ici à la deuxième modélisation car elle est moins coûteuse que la première et souvent suffisamment précise.

La solution de ce système tend vers celle de l'équation de diffusion associée lorsque le libre parcours moyen devient petit par rapport aux dimensions caractéristiques du milieu. Lorsque la discrétisation préserve cette propriété du modèle continu sur un maillage adapté à la résolution de l'équation de diffusion associée, on dit qu'il possède la limite diffusion ou est "asymptotic preserving".

La résolution numérique de ce système d'équations en dimension 2 d'espace sur maillages non structurés avec un schéma possédant la limite diffusion est un problème ouvert. En effet, les schémas classiques de type Godunov avec flux aux faces tendent vers des schémas non consistants lorsque le maillage est grossier vis à vis des libre-parcours. Récemment, une nouvelle approche qui fait l'objet de la thèse d'Emmanuel Franck sous la direction de Christophe Buet et de Bruno Després, a été proposée. Elle consiste à reprendre des solveurs de Godunov aux noeuds étudiés récemment pour les équations d'Euler et à les modifier pour avoir la limite diffusion. Nous nous proposons d'implémenter ces nouvelles méthodes dans un code 2D existant développé par Philippe Hoch, de les comparer avec d'autres méthodes numériques déjà implantées dans ce code, et aussi de faire des études pour des maillages non standard qui peuvent résulter des contraintes hydrodynamiques présentes dans les simulations numériques évoquées précédemment.

Objectifs

Le code cible est un code d'hydrodynamique développé par Philippe Hoch. Ce code gère des maillages non structurés très généraux composés de poly-

gones à nombre de côtés arbitraire. Le code est Lagrangien-ALE. Dans ce code sont implantés les schémas hydrodynamiques centrés GLACE et CHIC pour l'hydrodynamique. Il est capable de résoudre une équation de diffusion avec le schéma de diffusion linéaire d'ordre 2 non monotone que nous appellerons schéma de Breil-Maire ainsi que le schéma de Shashkov qui est d'ordre 2 et monotone mais non linéaire.

- Le schéma pour le système P_1 devra prendre en compte tous les types de maillages supportés par le code.
- Il devra être implicite, d'ordre 1 au moins dans le cas hyperbolique et consistant dans la limite diffusion sur des maillages raisonnablement déformés.

Proposition de déroulement du projet.

- Nous commencerons par un schéma dérivé de CHIC ayant théoriquement comme limite le schéma de Breil-Maire. Nous vérifierons numériquement cette limite en le comparant dans la limite diffusion d'une part au schéma de Breil-Maire, et d'autre part aux résultats théoriques obtenus par E. Franck. On pourra également étudier d'autres schémas dérivés à partir de GLACE par E. Franck.
- On regardera sur des maillages généraux si des modes parasites sont présents ou non. Les maillages pourront prendre en compte des points exceptionnels voire des pentagones ou hexagones.
- On ajoutera l'équation de l'énergie matière ainsi que le terme d'échange radiatif-matière pour résoudre le système non linéaire P_1 (gris) dont sont solutions la température radiative et la température matière. On pourra alors envisager les tests d'onde de Marshak, propagation d'une onde radiative hors équilibre de type Olson.
- Enfin, si le temps le permet, on pourra réfléchir au couplage hydrodynamique radiatif.

Intervenants

Emmanuel Franck, Philippe Hoch, Gérard Samba
CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon