PROJET CEMRACS COLLISION

FRANCIS FILBET

Abstract. L'objetif de ce projet est de dvelopper des algorithmes stables, précis et efficaces pour la modélisation de collisions dans un plasma.

1. Introduction.

Il s'agit ici de considérer l'opérateur de Landau pour la modélisation de collisions dans un plasmas : les collisions sont considérées comme étant des intéractions coulombiennes, dans la limite des collisions rasantes pour l'équation de Boltzmann. Ceci se traduit d'un point de vue plus mathématique par l'étude d'un opérateur diffusif, non local et fortement non linéaire. D'un point de vue physique, cet opérateur préserve comme l'opérateur de Boltzmann la masse, la quantité de mouvement et l'énergie. Aussi, il s'atisfait une inégalité d'entropie et les états stationnaires sont caractérisées par des Maxwelliennes.

Dans ce projet, nous nous consacrerons à la mise en place d'algorithmes stables pour l'équation de Landau. Dans un premier temps afin d'éviter les nombreuses difficultées liées à la structure de l'opérateur, nous étudions un opérateur diffusif, non linéaire (en laissant de côté l'aspect non local). Le modèle s'écrit alors

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla_x f = \frac{1}{\varepsilon} Q(f),$$

avec pour $Q(f)$ non pas l'opérateur de Landau mais un opérateur plus simple

$$Q(f) = \Delta_v f^2 + \nabla_v \cdot ((v-u)f)\,,$$

dont les états stationnaires sont des fonctions Barenblatt

$$M(v) = \left(C - \frac{1}{4}\,|v-u|^2\right)_+,$$

2. Projet de travail

D'une part, nous souhaitons éviter d'appliquer des méthodes complètements explicites pour la discrétisation en temps du terme $Q(f)$ qui engendrent une conditions très restrictive sur le pas de temps $\Delta = O(\varepsilon \Delta v^2)$. D'autre part, les méthodes complètement implicites génèrent des algorithmes qui se révèlent souvent trop couteux en temps de calcul.

1) Récemment, F. Filbet et S. Jin (JCP 2010) ont proposé une méthode basée sur une décomposition de l'opérateur $Q(f)$ en une partie dissipative linéaire qui peut être traitée implicitement et une autre partie non dissipative qui est traitée explicitement. ces algorithmes se révèlent très stables et précis pour des opéateurs du type Boltzmann. Nous souhaitons donc l'appliquer à des opérateurs diffusifs.
2) Une autre technique a récemment été proposée par M. Lemou (CRAS 2010) et M. Benoune, M. Lemou et L. Mieussens (JCP 2008), elle est basée sur une décomposition micro-macro de la fonction de distribution. Dans CRAS 2010, M. Lemou propose une méthode efficace pour résoudre des opérateurs du type Boltzmann

3) Il s'agit alors d'implémenter ces deux méthodes pour notre problème et de comparer les propriétés de consistance, stabilité des différents algorithmes.

References

[1] M. Bennoune; M. Lemou and L. Mieussens, Uniformly stable numerical schemes for the Boltzmann equation preserving the compressible NavierStokes asymptotics, *J. Comput. Phys.* **227** (2008), 3781–3803.

[2] F. Filbet and S. Jin, A class of asymptotic preserving schemes for kinetic equations and related problems with stiff sources, preprint. *J. Comput. Phys.* (2010)

[3] M. Lemou CRAS 2010

[4] Villani, C.: A survey of mathematical topics in kinetic theory. *Handbook of fluid mechanics*, S. Friedlander and D. Serre, Eds. Elsevier Publ., (2002).