

# Résolution de l'équation de Vlasov 4D par une méthode semi-Lagrangienne sur un maillage défini par des NURBS

Projet CEMRACS 2010

## Résumé

Le code GYSELA est un code de simulation numérique destiné à l'étude de la turbulence dans les plasmas de tokamaks. A l'heure actuelle, le maillage dans le plan poloïdal (transverse aux lignes de champs) consiste en un système de coordonnées polaires. Afin d'améliorer la précision numérique du code ou de réduire la taille des maillages, il est intéressant d'envisager un maillage du plan poloïdal plus adapté au problème à résoudre. Dans ce projet, nous souhaitons mettre en œuvre des méthodes de type NURBS pour réaliser des maillages plus complexe de ce plan poloïdal.

## Sujet

L'application GYSELA (GYrokinetic SEMi-LAgrangian) résout l'équation gyrocinétique électrostatique pour la fonction de distribution totale des ions présents dans un tokamak[2]. Il a été développé et parallélisé au CEA de Cadarache en collaboration avec l'équipe projet Calvi, INRIA Nancy Grand Est et l'Université de Strasbourg[1, 4]. Il est basé sur une approximation gyrocinétique de l'équation de Vlasov utilisé pour les plasmas fortement confinés par un champ magnétique. La méthode numérique à la base du code est la méthode semi-Lagrangienne qui permet d'avancer la fonction de distribution connue aux points d'un maillage de l'espace des phases en deux étapes [6]. La première consiste à calculer l'origine des trajectoires des particules aboutissant aux noeuds du maillage de l'espace des phases et la deuxième en une interpolation par splines cubiques sur un maillage uniforme.

Dans un plasma magnétisé, la dynamique des particules est fortement contrainte de sorte que les particules se déplacent essentiellement le long des lignes de champ magnétique et que les variations des différentes grandeurs physiques se font à des échelles nettement plus petites dans la direction transverse que dans la direction parallèle au lignes de champ. Le fait d'aligner le maillage de calcul aux lignes de champ permet donc de réduire considérablement le nombre de points nécessaires. Plusieurs options sont possibles pour réaliser ceci. La première que nous étudions par ailleurs est d'utiliser un système de coordonnées locales alignées aux lignes de champ. L'inconvénient de cette approche est

qu'elle nécessite la réécriture des équations dans ce système de coordonnées locales. D'autre part, il existe plusieurs choix de système de coordonnées possibles. Une autre possibilité serait de construire un maillage dont une des directions suit les lignes de champ magnétique. Ce maillage peut être construit à partir de splines ou plus généralement de NURBS [3, 5] qui sont une généralisation des splines couramment utilisée en CAO. Les NURBS ont l'avantage par rapport aux splines de permettre une représentation exacte des coniques. L'étape d'interpolation est dans ce cas ramené à trouver la position d'un point de l'espace physique dans le maillage rectangulaire de l'espace paramétrique et à faire une interpolation multi-dimensionnelle par splines classique.

Nous proposons dans ce projet de développer un module de résolution de l'équation de Vlasov 4D utilisant les NURBS. Ce module sera utilisé sur quelques maillages construits à la main et sur une formulation simplifiée des équations. Une fois le module NURBS validé, des tests grandeur nature seront menés en couplant ce module au code GYSELA.

#### Contacts :

Virginie Grandgirard

Tel : 04.42.25.61.19

email : virginie.grandgirard at cea.fr

CEA Cadarache, IRFM/SIPP/GP2B,

13108 St-Paul-les-Durance

Guillaume Latu

Tel : 04.42.25.63.57

email : guillaume.latu at cea.fr

## Références

- [1] CROUSEILLES (N.), LATU (G.), SONNENDRÜCKER (E.). *A parallel Vlasov solver based on local cubic spline interpolation on patches*. Journal of Computational Physics. Vol 228(5), pp 1429-1146 (2009).
- [2] GRANDGIRARD (V.), SARAZIN (Y.), ANGELINO (P.), ALBERTO (B.), CROUSEILLES (N.), DARMET (G.), DIF-PRALADIER (G.), GARBET (X.), GHENDRIH (P.), JOLLIET (S.), LATU (G.), VILLARD (L.), SONNENDRÜCKER (E.). *Global full-f gyrokinetic simulations of plasma turbulence*, Plasma Phys. Control. Fusion. Vol. 49, pp B173-B182 (2007).
- [3] HUGUES (T.J.R.), COTTRELL (J.A.), BAZILEVS (Y.). *Isogeometric analysis : CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement*, Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg. **194**, pp. 4135-4195, (2005).
- [4] LATU (G.), CROUSEILLES (N.), GRANDGIRARD (V.) AND SONNENDRÜCKER (E.). *Gyrokinetic Semi-Lagrangian Parallel Simulation using a Hybrid OpenMP/MPI Programming*. Recent Advances in PVM and MPI. Springer, LNCS 4757, pp 356-364 (2007).
- [5] PIEGL (L.) AND TILLER (W.). *The NURBS Book*, Springer-Verlag, New York, (1997).
- [6] SONNENDRÜCKER (E.), ROCHE (J.), BERTRAND (P.), GHIZZO (A.). *The semi-Lagrangian method for the numerical resolution of Vlasov equations*. J. Comput. Phys. Vol 149 pp 841-872 (1996).