

Comportement en temps long d'un schéma volume fini pour un modèle de carbonatation des bétons armés

Antoine ZUREK, Université de Lille

Mots-clés : schéma volume fini, modèle de carbonatation, comportement en temps long, système à frontière libre.

Dans [1], Aiki et Muntean ont proposé un modèle à frontière libre en une dimension d'espace modélisant le phénomène de carbonatation des bétons armés. Dans ce modèle, désigné par (P) dans la suite, u et v représentent la concentration en $\text{CO}_2(\text{aq})$ et $\text{CO}_2(\text{g})$ et s la profondeur de pénétration de la zone carbonatée dans le béton. Le modèle est composé d'un système de deux équations couplées de type diffusion-réaction définies sur le domaine mobile $(0, s(t))$ où s est solution d'une équation différentielle ordinaire. Ce système s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} s(t) \partial_t(s(t) u) + \partial_x J_u &= s^2(t) \beta (\gamma v - u), & (0, 1) \times (0, T), \\ s(t) \partial_t(s(t) v) + \partial_x J_v &= -s^2(t) \beta (\gamma v - u), & (0, 1) \times (0, T), \\ s'(t) &= \alpha (u(1, t))^p, & 0 < t < T, \\ u(0, t) &= g^*, \quad v(0, t) = r^*, & 0 < t < T, \\ J_u(1, t) &= \alpha (u(1, t))^p, \quad J_v(1, t) = 0, & 0 < t < T, \end{aligned}$$

avec $\beta, \gamma, \alpha, g^*$ et r^* des constantes positives, $p \geq 1$ et $J_w = -\kappa_w \partial_x w - s(t) s'(t) x w$ pour $w = u$ ou v le flux général de type convection-diffusion.

Nous renvoyons à [1] où l'existence et l'unicité d'une solution globale pour (P) est établie. De plus, Aiki et Muntean ont établi dans [2, 3] l'existence de deux constantes positives C et c indépendantes du temps vérifiant

$$c \sqrt{t} \leq s(t) \leq C \sqrt{1+t}, \quad \forall t \geq 0. \quad (2)$$

Dans [4], nous avons proposé et analysé un schéma volume fini pour (P) et nous avons observé numériquement que s satisfaisait une loi de propagation en \sqrt{t} . Ainsi, suivant la démarche établie dans [2, 3], nous voulons justifier ce comportement en temps long pour les solutions approchées de (P) .

Pour cela, dans [5], nous considérons un schéma numérique obtenu par une méthode d'Euler implicite en temps et une méthode de type volume fini en espace. Nous montrons tout d'abord l'existence d'une solution pour (S) . Puis, nous établissons quelques estimations d'énergies satisfaites par les solutions approchées. Enfin, nous montrons que la profondeur de pénétration obtenu via (S) vérifie une inégalité similaire à (2).

Références

- [1] T. AIKI AND A. MUNTEAN, *Existence and uniqueness of solutions to a mathematical model predicting service life of concrete structure*, Adv. Math. Sci. Appl., 19:109-129 2009.
- [2] T. AIKI AND A. MUNTEAN, *Large time behavior of solutions to a moving-interface problem modeling concrete carbonation*, Comm. Pure Appl. Anal., 9:1117-1129, 2010.
- [3] T. AIKI AND A. MUNTEAN, *A free-boundary problem for concrete carbonation: Front nucleation and rigorous justification of the \sqrt{t} -law of propagation*, Interfaces and Free Boundaries, 15:167-180, 2013.
- [4] C. CHAINAIS-HILLAIRET, AND B. MERLET, AND A. ZUREK, *Convergence of a finite volume scheme for a parabolic system with a free boundary modeling concrete carbonation*, hal-01477543, 2017.
- [5] A. ZUREK, *Numerical approximation of a concrete carbonation model: study of the \sqrt{t} -law of propagation*, in preparation, 2018.

Antoine ZUREK, Univ. Lille, CNRS, UMR 8524-Laboratoire Paul Painlevé. F-59000 Lille, France.
antoine.zurek@math.univ-lille1.fr