

# Asymptotique des résonances dans un micro-résonateur optique

**Zoïs MOITIER**, IRMAR, Université de Rennes 1

**Stéphane BALAC**, IRMAR, Université de Rennes 1

**Monique DAUGE**, IRMAR, Université de Rennes 1

On s'intéresse aux fréquences de résonances de cavités optiques bidimensionnelles présentes dans certains micro-résonateurs optiques, voir [1]. Nous supposons ici que la cavité coïncide avec un ouvert  $\Omega$  borné connexe de  $\mathbb{R}^2$  de frontière  $\Sigma$  régulière. Par commodité nous supposons  $\Omega$  convexe. Une résonance  $k \in \mathbb{C}$  et un mode résonant associé  $u \in H_{loc}^2(\mathbb{R}^2 \setminus \Sigma)$  est solution du système :

$$(\mathcal{P}_p) : \begin{cases} -\Delta u - k^2 n^2 u = 0 & \text{sur } \mathbb{R}^2 \setminus \Sigma \\ [u]_\Sigma = 0 \text{ et } [n^{p-1} \partial_\nu u]_\Sigma = 0 & \text{à travers } \Sigma \\ \text{Condition d'onde sortante} & \text{en } +\infty \end{cases}$$

où  $n$  est une fonction constante par morceaux sur  $\mathbb{R}^2 \setminus \Sigma$  représentant l'indice optique et  $p = \pm 1$  correspond aux cas des modes TE ou TM. La condition d'onde sortante en  $+\infty$  choisie ici impose  $\text{Im}(k) \leq 0$ . En utilisant une *couche absorbante parfaitement adaptée* (PML) [2], on peut se ramener à un problème aux valeurs propres dans un domaine borné. La discrétisation de ce problème aux valeurs propres par la méthode des éléments finis en vue de sa résolution numérique conduit à l'apparition de valeurs propres parasites. Nous avons néanmoins pu montrer qu'il est possible d'identifier les résonances parmi le spectre de la matrice éléments finis [4]. Pour les applications des micro-résonateurs en optique, on est en général intéressé par certains types de modes uniquement, typiquement ceux se propageant dans la cavité par réflexion le long de  $\Sigma$  appelés modes de galerie, ayant un nombre d'oscillations angulaires  $m$  assez grand. Un enjeu du point de vue du calcul numérique consiste à déterminer dans quelle zone du spectre se situe une résonance ayant ces caractéristiques. Dans le cas d'une cavité ayant la forme d'un disque de rayon  $R$  et d'indice  $n_0 > 1$  plongé dans le vide, il existe dans la littérature [3] des développements asymptotiques donnant la valeur des résonances pour  $m$  grand. Un tel développement est de la forme :

$$k = \frac{m}{n_0 R} \left( 1 + 2^{-\frac{1}{3}} a_j m^{-\frac{2}{3}} - \frac{n_0^p}{\sqrt{n_0^2 - 1}} m^{-1} + O\left(m^{-\frac{4}{3}}\right) \right), \quad \text{quand } m \rightarrow +\infty,$$

où  $m$  est le nombre d'oscillations angulaires,  $j$  est le nombre d'oscillations selon la direction normale à  $\Sigma$  à l'intérieur de la cavité et  $-a_j$  est le  $j$ -ième zéro de la fonction de Airy. Ces asymptotiques nous permettent de cibler la zone où se situent les résonances recherchées. Nous avons généralisé cette formule au cas d'une cavité  $\Omega$  dont la courbure du bord est strictement positive, en utilisant une approche basée sur la méthode BKW. Nous avons également généralisé ce développement asymptotique au cas d'un indice optique variable dans la cavité ce qui laisse entrevoir la possibilité d'exploiter cette formule pour certaines fonctionnalisations des micro-résonateurs [1].

Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un projet de recherche impliquant l'équipe d'analyse numérique de l'IRMAR et le laboratoire FOTON, partiellement financé par le CNRS (Défi INFINITI) et l'Université de Rennes 1.

## Références

- [1] Y. KIM et al., *Designing whispering gallery modes via transformation optics*, Nature Photonics, volume 10, pages 647652, 2016.
- [2] S. KIM and J. E. PASCIAK, *The computation of resonances in open systems using a Perfectly Matched Layer*, Mathematics of computation, 78(267):1375-1398, 2009.
- [3] C. C. LAM, P. T. LEUNG, and K. YOUNG, *Explicit asymptotic formulas for the positions, widths, and strengths of resonances in Mie scattering*, J. Opt. Am. B, 9(9):1585-1592, 1992.
- [4] Z. MOITIER et al., *Mathematical investigations of resonances in optical micro-resonators*, IEEE International Conference on Computational Electromagnetics (ICCEM) 2018, hal-01715438.

**Zoïs MOITIER**, IRMAR, Université de Rennes 1, 263 avenue du Général Leclerc, 35000 Rennes  
zois.moitier@univ-rennes1.fr