Sur un systme hyperbolique avec un terme source discontinu

Teddy Pichard, Sorbonnes universités

Nina Aguillon, Sorbonnes universités

Bruno Desprs, Sorbonnes universités

Edwige Godlewski, Sorbonnes universités

Michael Ndjinga, CEA DEN

Mots-clés : Système hyperbolique, terme source discontinu, décentrement
Les écoulements bouillants font intervenir deux échelles de temps et d'espace, celle liée à l'écoulement et celle liée l'ébullition. Ces écoulements peuvent être représentés par un modèle homogénéisé de type Drift-flux qui prend la forme d'un système hyperbolique de la forme ([1])

$$\partial_t U + \partial_x F(U) = S(U), \tag{1}$$

où l'inconnue $U = (\alpha\rho_v, \rho, \rho u, \rho e)$ est composée de la densité de vapeur $\alpha\rho_v$ et de la densité, quantité de mouvement et d'énergie $(\rho, \rho u, \rho e)$ du fluide homogénéisé (liquide et vapeur ensemble). L'ébullition est modélisée à travers le terme source

$$S(U) = \begin{cases} S_n & \text{si} \quad h(U) \leq h^{eb}, \\ S^{eb} & \text{si} \quad h(U) > h^{eb} \end{cases} \tag{2}$$

qui prend deux valeurs distinctes si l'enthalpie h du système est en dessous (simple chauffage du fluide) ou au-dessus (chauffage + création de vapeur) d'un seuil h^{eb}. Le terme source S est donc une fonction discontinue de l'inconnue U. Les approches naïves pour discrétiser (1) produisent généralement des artéfacts numériques (oscillations, pression négative ou vitesses d'ondes non-physique). Afin d'étudier l'influence de la discontinuité du terme source, nous nous ramenons à un système plus simple de deux équations scalaires avec des flux linéaires

$$\partial_t u - \partial_x u = \begin{cases} a & \text{si} \quad u + v \leq 0, \\ b & \text{si} \quad u + v > 0, \end{cases} \tag{3}$$

$$\partial_t v + \partial_x v = \begin{cases} c & \text{si} \quad u + v \leq 0, \\ d & \text{si} \quad u + v > 0. \end{cases} \tag{4}$$

Dans un premier temps, nous étudions l'existence de solution à ce système muni d'une condition initiale C^1 ou discontinue (problème de Riemann). Puis nous proposons une méthode numérique pour approcher cette solution qui ne présente pas d'artéfacts. En particulier, nous proposons les schémas équilibres basés sur le décentrement des sources ([2, 3]).

Références

[1] M. Ishii and T. Hibiki, *Thermo-fluid dynamics of two-phase flows*, Springer, 2011.

[2] A. Bermudez and M. E. Vazquez, *Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms*, Comput. & Fluids, 23(8) :10491071, 1994.

[3] R. J. Leveque and H. C. Yee, *A study on numerical methods for hyperbolic conservation laws with stiff source term*, Technical report, NASA, 1988.

Teddy Pichard, LJLL, Sorbonnes universités, 4 place jussieu, 75004, Paris
pichard@ann.jussieu.fr