

# Analysis and simulation of a simplified model for ionic exchanges in kidney.

Marta MARULLI, LAGA, Université Paris 13

Vuk MILISIC, LAGA, Université Paris 13

Nicolas VAUCHELET, LAGA, Université Paris 13

**Mots-clés** : équation de transport, relaxation, méthode de compacité, équilibre, application à la biologie

Le transport anormal des ions dans le rein est la cause de nombreuses maladies; pour cette raison, l'étude des échanges au sein de cet organe et l'étude de la différence de concentration molaire est une étape essentielle pour comprendre la dynamique des solutés et, par conséquent, d'éventuels objectifs thérapeutiques.

Nous étudions un système non linéaire lié à la physiologie rénale et aux échanges ioniques au sein du néphron, unité fonctionnelle du rein. Les modèles mathématiques développés et discutés dans [2] et dans [3] proposent des architectures rénales simples négligent la couche épithéliale. Dans cette étude nous ne négligeons plus l'épithélium, plus précisément l'échange ionique à l'intérieur de la membrane cellulaire. Le néphron est modélisé par un système simple des tubes ascendants et descendants aux parois desquels les échanges ioniques avec le lumen et l'épithélium ont lieu. Nous modélisons la dynamique d'un soluté (ici le sodium) par la dynamique de sa concentration dans chaque tube. Le transport du soluté et ses échanges sont alors modélisés par un système d'EDP hyperbolique à vitesse constante avec un terme de transport non linéaire et avec des conditions aux limites spécifiques.

Nous démontrons une convergence rigoureuse du modèle avec la couche épithéliale vers le modèle sans cette couche lorsque la porosité entre la couche épithéliale et les tubes devient très grande. Nous proposons des méthodes de résolution numérique précises pour l'étude du système dynamique et stationnaire afin d'effectuer des comparaisons avec les résultats expérimentaux.

Ce travail de nature interdisciplinaire est basé sur des collaborations avec la biologiste Aurélie Edwards et mes superviseurs (B. Franchi, University of Bologna, Italy, et N. Vauchelet Université Paris 13, LAGA).

## Références

- [1] S.R. THOMAS, A.T. LAYTON, H.E., LAYTON, AND L.C. MOORE, *Kidney modeling: status and perspectives*, Proceedings of IEEE, 94(4): 740-752, 2006.
- [2] M. TOURNUS, A. EDWARDS, N. SEGUIN, AND B. PERTHAME, *Analysis of a simplified model of the urine concentration mechanism*, Networks and Heterogeneous Media, 7(4), 2012.
- [3] MAGALI TOURNUS, *Modeles d'échanges ioniques dans le rein: théorie, analyse asymptotique et applications numériques. Thèse de doctorat sous la direction de: Aurélie Edwards, Benoit Perthame et Nicolas Seguin*, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UPMC-Paris 6, CNRS, 2013.

**Marta MARULLI**, LAGA, Institut Galilée, Université Paris 13, 99 Avenue Jean Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse. Department of Mathematics, Piazza di Porta San Donato 5, 40126, Bologna, Italy  
marta.marulli3@unibo.it

**Vuk MILISIC**, LAGA, UMR 7539, Institut Galilée, Université Paris 13, 99 Avenue Jean Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse.

milisic@math.univ-paris13.fr

**Nicolas VAUCHELET**, LAGA, UMR 7539, Institut Galilée, Université Paris 13, 99 Avenue Jean Baptiste Clément, 93430 Villetaneuse.

vauchelet@math.univ-paris13.fr