

Étude théorique et numérique d'une équation intégrodifférentielle modélisant des dislocations

Marc JOSIEN, MATERIALS, École des Ponts and INRIA

Yves-Patrick PELLEGRINI, CEA, DAM

Frédéric LEGOLL, MATERIALS, École des Ponts and INRIA

Claude LE BRIS, MATERIALS, École des Ponts and INRIA

L'équation de Weertman est une équation intégrodifférentielle non-linéaire issue de la science des matériaux. Elle modélise des dislocations en régime stationnaire. Elle s'écrit plus précisément sous la forme:

$$-(-\Delta)^{1/2}\eta(x) + c\eta'(x) = F'(\eta(x)) \quad \text{for } x \in \mathbb{R}, \quad (1)$$

où intervient un laplacien fractionnaire $(-\Delta)^{1/2}$ et un potentiel bistable F .

Sous des hypothèses raisonnables d'un point de vue physique, il existe une unique solution à (1) [2]. D'autre part, les solutions de (1) peuvent être interprétées comme des fronts de propagation d'un système dynamique "artificiel" – en l'occurrence une équation de réaction-diffusion non locale. On peut démontrer, en utilisant la méthode de [1], que ce système dynamique converge en temps long vers la solution de l'équation de Weertman [3]. Cette convergence est à la base d'une stratégie numérique, inspirée de [5], qui permet d'approximer les solutions de (1) [4].

Références

- [1] CHEN X., *Existence, uniqueness, and asymptotic stability of traveling waves in nonlocal evolution equations*, Adv. Differential Equations **2**(1):125–160; 1997.
- [2] GUI C., ZHAO M., *Traveling wave solutions of Allen-Cahn equation with a fractional Laplacian.*, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire, **32**(4):785–812; 2015.
- [3] JOSIEN M., *Mathematical properties of the Weertman equation.*, Preprint arXiv:1709.0678
- [4] JOSIEN, M. AND PELLEGRINI, Y.-P. AND LEGOLL, F. AND LE BRIS, C., *Fourier-based numerical approximation of the Weertman equation for moving dislocations*, International Journal for Numerical Methods in Engineering; 2017.
- [5] KARLIN V., MAZ'YA V., MOVCHAN A., WILLIS J., BULLOUGH R., *Numerical solution of nonlinear hypersingular integral equations of the Peierls type in dislocation theory*, SIAM J. Appl. Math. **60**(2):664–678; 2000.