

# Éléments finis d'ordre élevé en électromagnétisme : degrés de liberté et fonctions de base en dualité

**Marcella BONAZZOLI**, LJLL (UPMC) et Inria Alpines

**Francesca RAPETTI**, LJAD (Université Côte d'Azur)

La discrétisation par éléments finis des problèmes d'électromagnétisme requiert des espaces de fonctions vectorielles qui satisfont des conditions de conformité plus compliquées par rapport à celles des éléments finis nodaux : la continuité de la composante tangentielle ou bien de celle normale.

Nous adoptons les générateurs d'ordre élevé de [2], qui sont définis localement, sur chaque simplexe, comme le produit des fonctions de base de degré 1 et des coordonnées barycentriques du simplexe ; comme ces dernières sont continues, les conditions de conformité sont conservées. Il s'agit d'une définition simple parce qu'elle n'utilise que des coordonnées barycentriques. Cependant, ces générateurs ne sont pas tous linéairement indépendants et une sélection est nécessaire pour constituer une base.

Dans ce travail [1] nous revisitons les degrés de liberté classiques définis par Nédélec, afin d'obtenir une expression qui dépend seulement des coordonnées barycentriques, tout comme les générateurs. Ensuite la sélection de générateurs linéairement indépendants est guidée par ces degrés de liberté.

Par ailleurs, nous proposons une technique générale pour restaurer la dualité entre les fonctions de base d'ordre élevé et les degrés de liberté, grâce à une matrice de Vandermonde généralisée. Cette propriété de dualité est nécessaire pour la définition d'un opérateur d'interpolation classique (le diagramme de De Rham associé commute car les degrés de liberté considérés sont équivalents aux degrés de liberté classiques). Les nouvelles fonctions de base sont des combinaison linéaires des anciennes avec des coefficients donnés par l'inverse de la matrice de Vandermonde (les conditions de conformité restent toujours conservées). Avec notre choix de fonctions de base et de degrés de liberté l'inverse de la matrice de Vandermonde ne dépend pas de la métrique du simplexe et elle est à coefficients entiers.

## Références

- [1] MARCELLA BONAZZOLI, FRANCESCA RAPETTI, *High order finite elements in numerical electromagnetism: degrees of freedom and generators in duality*, Numerical Algorithms, Vol. 74, No. 1, pp. 111–136, 2017.
- [2] FRANCESCA RAPETTI, ALAIN BOSSAVIT, *Whitney forms of higher degree*, SIAM J. on Numerical Analysis, Vol. 47, No. 3, pp. 2369–2386, 2009.

**Marcella BONAZZOLI**, Sorbonne Université, UPMC, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Inria Alpines, Paris  
bonazzoli@ljl.math.upmc.fr

**Francesca RAPETTI**, Université Côte d'Azur, Laboratoire J.A. Dieudonné, Nice  
francesca.rapetti@unice.fr