

Écoulements complexes en milieu poreux: estimation de la perméabilité et transport à viscosité variable

Laurène HUME, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Philippe PONCET, Université de Pau et des Pays de l'Adour

Les techniques de calcul d'écoulement à l'échelle des pores sont actuellement l'objet de nombreuses études. Les modélisations numériques permettent d'étudier par exemple le transport d'espèces chimiques dans une roche poreuse. Nous exposons ici des résultats qui exploitent l'échelle du pore pour comprendre les caractéristiques physiques du milieu poreux.

La première partie de l'exposé aborde l'implémentation d'une méthode vitesse-vorticité pour l'estimation de la perméabilité d'échantillons poreux. Le domaine de calcul Ω en 3D est composé du domaine solide (noté S) et de son complémentaire (noté F) où le fluide peut s'écouler. Le problème est posé de la façon suivante :

$$\begin{cases} u = 0 \text{ dans } S, \\ -\mu\Delta u = f - \nabla P \text{ dans } F, \\ \operatorname{div}u = 0 \text{ dans } \Omega, \end{cases} \quad (1)$$

où u est la vitesse du fluide, μ est sa viscosité (constante), f est la force motrice et P est la pression. La solution u est calculée sur une grille cartésienne à l'aide d'un splitting pénalisation-diffusion. Cette méthode peu coûteuse en mémoire est basée sur la pénalisation (qui permet de prendre en compte correctement le saut induit par la partie solide) et le champ de vorticité $\omega = \operatorname{rot}u$ [1]. On peut ainsi estimer la perméabilité k de l'échantillon avec la loi de Darcy, et comparer les résultats numériques à des mesures expérimentales.

Dans la deuxième partie, on s'intéresse à un fluide dont la viscosité dépend d'une substance transportée par l'écoulement. Le modèle est alors un système de Stokes non-linéaire couplé à une équation de diffusion-transport. En notant α la concentration massique caractérisant la substance transportée, le triplet (u, P, α) est solution du système

$$\begin{cases} u = \bar{u} \text{ dans } S, \\ -\operatorname{div}(2\mu(\alpha, u)D(u)) = f - \nabla P \text{ dans } F, \\ \operatorname{div}u = 0 \text{ dans } \Omega, \\ \partial_t\alpha + u \cdot \nabla\alpha - \eta\Delta\alpha = 0 \text{ dans } \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

avec $D(u) = (\nabla u + \nabla u^T)/2$, et où la viscosité μ suit une loi rhéologique de type Carreau. On montre dans [2] l'existence et l'unicité d'une suite de triplets solutions $(u_\varepsilon, p_\varepsilon, \alpha_\varepsilon)$ du problème relatif à (2) où le domaine solide S est pénalisé. Cette suite converge fortement vers la solution (u, p, α) de (2), et la solution numérique du problème pénalisé est obtenue par un solveur rapide récemment introduit [3]. Des simulations numériques illustrant la méthode dans un milieu poreux géologique en géométrie réelle 3D sont également présentées.

Références

- [1] J.T. RASMUSSEN, G.-H. COTTET ET J.H. WALTHER, *A multiresolution remeshed Vortex-In-Cell algorithm using patches*, Journal of Computational Physics 230, 6742-6755, 2011.
- [2] D. SANCHEZ, L. HUME, R. CHATELIN ET P. PONCET, *Analysis of 3D generalized Stokes problem coupled to transport-diffusion for miscible shear-thinning heterogeneous microscale flows, applications to digital rock physics and mucociliary clearance*, Soumis, 2018.
- [3] R. CHATELIN ET P. PONCET, *A hybrid grid-particle method for moving bodies in 3D Stokes flow with variable viscosity*, SIAM Journal of Scientific Computing, 35 (4) B925-B949, 2013.
- [4] R. CHATELIN, D. SANCHEZ ET P. PONCET, *Analysis of the penalized 3D variable viscosity Stokes equations coupled to diffusion and transport*, ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, 50 565-591, 2016.

Laurène HUME, LMAP-IPRA, CNRS UMR 5142 UPPA, Avenue de l'Université, 64000 Pau
laurene.hume@univ-pau.fr

Philippe PONCET, LMAP-IPRA, CNRS UMR 5142 UPPA, Avenue de l'Université, 64000 Pau
philippe.poncet@univ-pau.fr