

Répartition optimale de ressources dans les modèles logistiques diffusifs

Idriss MAZARI, LJLL

Grégoire NADIN, LJLL

Yannick PRIVAT, LJLL

Nous nous intéressons dans cette communication à la question suivante: dans un environnement hétérogène, comment disposer les ressources pour maximiser la taille de la population ? Plus précisément, nous modélisons l'hétérogénéité de l'environnement par une répartition de ressources $m = m(x)$, nous considérons dans un domaine borné Ω l'équation

$$\begin{cases} \mu \Delta u_{m,\mu} + u_{m,\mu}(m - u_{m,\mu}) = 0 & \text{dans } \Omega \\ \frac{\partial u}{\partial \nu} = 0 & \text{sur } \partial\Omega, \end{cases}$$

où μ représente la vitesse de déplacement des individus, et nous étudions le problème

$$\sup_{m \in M} \int_{\Omega} u_{m,\mu},$$

avec, pour un certain $m_0 \in (0, \kappa)$ où $\kappa > 0$ est fixé,

$$M = \{m \in L^\infty, 0 \leq m(\cdot) \leq \kappa \text{ p.p. dans } \Omega, \int_{\Omega} m = m_0 |\Omega|\}.$$

Nous montrons que, si μ est suffisamment grand, les solutions de ce problème sont bang-bang, i.e. égale à 0 ou κ p.p. dans Ω , donc que le problème se ramène à un problème d'optimisation de formes. Nous montrons également que, dans le cas unidimensionnel et pour μ suffisamment grand, on peut décrire explicitement toutes les solutions du problème. La démonstration repose sur une méthode nouvelle, exploitant finement le comportement asymptotique de $u_{m,\mu}$ quand $\mu \rightarrow \infty$ ainsi que ses propriétés d'analyticité relativement à cette variable. Cette présentation est tirée de [4].

Références

- [1] H. BERESTYCKI, F. HAMEL, L. ROQUES, *Analysis of the periodically fragmented environment model : I – Species persistence*, Journal of Mathematical Biology, 2005.
- [2] R. S. CANTRELL, C. COSNER, *Spatial Ecology via Reaction-Diffusion Equations*, John Wiley and Sons, 2003.
- [3] Y. LOU, *Some Challenging Mathematical Problems in Evolution of Dispersal and Population Dynamics*, chapitre de Tutorials in Mathematical Biosciences IV: Evolution and Ecology, Springer, 2008.
- [4] I. MAZARI, G. NADIN, Y. PRIVAT, *Optimal location of resources in logistic diffusive models*, Soumis, 2017.