Schémas numériques pour une équation cinétique avec limite de diffusion et scaling anormal

Hélène HIVERT, École Centrale de Lyon - Institut Camille Jordan

Les limites diffusives usuelles des équations cinétiques tombent en défaut lorsque la variance de l'équilibre est infinie. Ce phénomène apparaît notamment lorsque l'équilibre est une fonction à queue lourde, avec une décroissance polynômiale à l'infini. Selon la décroissance de l'équilibre, il peut être nécessaire de considérer un scaling différent du scaling diffusif habituel, et une limite de diffusion fractionnaire ou une limite de diffusion standard est obtenue, [1, 4].
Comme dans le cas des limites diffusives, la résolution numérique des équations cinétiques dans de tels régimes est compliquée par l'apparition de termes raides lorsqu'on s'approche des régimes asymptotiques. Les schémas Asymptotiques Preserving (AP), ont été introduits pour palier à cette difficulté : ils sont en effet stables le long de la transition vers le régime asymptotique. Mais considérer des limites de diffusion anormale fait apparaître une raideur supplémentaire, dûe à l'importance des grandes vitesses dans l'analyse asymptotique. Les schémas AP doivent donc, en outre, être en mesure de prendre en compte des vitesses infiniment grandes sans augmentation du coût de calcul, [2].
Dans cet exposé, je considérerai le cas critique d'une équation cinétique avec équilibre à queue lourde, qui sépare les asymptotiques de diffusion fractionnaire avec scaling en temps anormal, des limites de diffusion standard. Dans ce cas, une limite de diffusion est obtenue, mais la présence des grandes vitesses rend encore nécessaire l'utilisation d'un scaling anormal en temps. Outre les difficultés précédemment citées, la construction de schémas AP dans ce cadre est encore compliquée par la vitesse de la convergence vers le modèle limite, qui est logarithmique, [3].
Après avoir présenté formellement l'analyse asymptotique des équations cinétiques pour les limites de diffusion anormale, et les vitesses de convergence associées. J'expliquerai comment des schémas AP pour les limites diffusives des équations cinétiques peuvent être adaptés pour posséder la propriété AP dans les régimes anormaux.

Références

[1] N. Ben Abdallah, A. Mellet, M. Puel, *Fractional diffusion limits for collisional kinetic equations : a Hilbert expansion approach*, Kinet. Relat. Models, 4(4):873-900, 2011.

[2] N. Crouseilles, H. Hivert, M. Lemou, *Numerical schemes for kinetic equations in the anomalous diffusion limit. Part I: the case of heavy-tailed equilibrium*, SIAM, J. Sc. Comput., 38(2):A737-A764, 2016.

[3] H. Hivert, *Numerical schemes for kinetic equations with diffusion limits and anomalous time scale*, Kinet. Relat. Models, 11(2):409-439, 2018.

[4] A. Mellet, S. Mischlet, C. Mouhot, *Fractional diffusion limit of collisional kinetic equations*, Arc. Ration. Mech. Anal. 199:493-525, 2011.

Hélène HIVERT, École Centrale de Lyon - Institut Camille Jordan. 36 avenue Guy de Collongue. 69134 Écully
helene.hivert@ec-lyon.fr