

Schémas décalés pour les écoulements compressibles

Raphaèle Herbin, Institut de Mathématiques de Marseille, Université Aix-Marseille

Une classe de schémas pour la résolution numérique des écoulements compressibles a été développée ces dernières années, dans le contexte de la sûreté nucléaire.

Les écoulements en question sont de nature complexe en ce sens qu'ils peuvent comprendre des zones à haut ou bas Mach.

Les schémas à mailles décalées font intervenir des inconnues de vitesse discrètes sur les faces et des inconnues scalaires au centre des cellules et sont naturellement stables pour des régimes incompressibles; ils sont donc bien adaptés pour la discrétisation de tels écoulements.

Un exemple de schéma à mailles décalées est le schéma bien connu Marker And Cell (MAC) pour des maillages rectangulaires.

L'exposé présentera cette classe de schémas pour les équations compressibles d'Euler.

Outre l'utilisation d'un maillage décalé, les principales caractéristiques de l'algorithme de résolution sont la discrétisation du bilan énergétique interne (non conservatif) plutôt que de l'énergie totale et le décentrement des flux par rapport à la vitesse du matériau (plutôt que la célérité des ondes), assurant ainsi la positivité de la densité et de l'énergie interne.

La discrétisation temporelle peut être explicite ou utiliser une technique de correction de pression.

Dans les deux cas, un terme de correction est ajouté à l'équation d'énergie interne discrète, ce qui permet de récupérer les bonnes vitesses de choc.

On peut de fait montrer que les schémas sont consistants au sens de Lax, c.à.d. que sous hypothèse de compacité, une suite de solutions approchées converge (à sous suite près) vers une solution faible des équations d'Euler.

Une inégalité d'entropie discrète est obtenue lorsque la discrétisation des équations de bilan de masse et d'énergie interne est implicite et que les flux sont décentrés amont.

Pour les discrétisations explicites, les résultats théoriques actuels nécessitent soit une contrainte sur le pas de temps plus forte que la CFL matérielle, soit un terme de stabilisation supplémentaire.

Il est intéressant de noter que pour une densité constante, le schéma semi-implicite dégénère en un algorithme standard pour le régime incompressible.

Dans le cas des équations barométriques compressibles de Navier-Stokes, on peut montrer que pour un maillage fixe, la solution numérique du schéma compressible converge vers la solution numérique du schéma incompressible lorsque le nombre de Mach tend vers zéro.

Ce travail a été effectué en collaboration avec Thierry Gallouët, Jean-Claude Latché, Trung Nguyen, Khaled Saleh et Nicolas Therme.