

Une approche Galerkin discontinue au problème élasto-acoustique sur des maillages polyédriques

Francesco BONALDI, MOX, Politecnico di Milano

Paola F. ANTONIETTI, MOX, Politecnico di Milano

Ilario MAZZIERI, MOX, Politecnico di Milano

Cet exposé est consacré au développement et à l'analyse d'une méthode Galerkin discontinue (dG) pour la discrétisation en espace d'un problème d'évolution modélisant le couplage entre la propagation d'ondes viscoélastiques et la propagation d'ondes acoustiques. Ce type de problème se présente, par exemple, dans un contexte géophysique, c'est-à-dire dans la modélisation et simulation d'événements sismiques dans des aires géographiques proches d'environnements côtiers. D'autres cadres où ce problème joue un rôle majeur sont représentés par la modélisation de capteurs ou actionneurs immergés dans un fluide acoustique, ou bien par la médecine à ultrasons.

Dans les applications pratiques, la géométrie du domaine computationnel est remarquablement irrégulière et complexe; considérer un maillage conforme entraînerait donc un coût de calcul très élevé. On est donc amené à envisager une discrétisation en espace capable de reproduire les contraintes géométriques dans une mesure raisonnable de précision, sans être au même temps trop coûteuse du point de vue computationnel. Une telle discrétisation est alors effectuée en utilisant des éléments polygonaux (en dimension deux) ou polyédriques (en dimension trois), sans aucune restriction sur le nombre de faces de chaque élément, et éventuellement permettant la dégénération des faces (en sommets en dimension deux, en segments ou sommets en dimension trois) lors du raffinement du maillage. La capacité de la méthode dG de gérer des maillages polyédriques a été récemment démontrée; voir, e.g., les contributions d'Antonietti *et al.* et Cangiani *et al.* [1, 2, 3] et la monographie de recherche de Cangiani *et al.* [4].

Nous présentons d'abord la formulation du problème, en donnant un résultat d'existence et unicité pour sa solution, sous des hypothèses opportunes sur les termes de source et les données initiales. Nous introduisons alors le cadre discret, en remarquant en particulier les hypothèses sur le maillage polyédrique, et montrons un résultat de stabilité dans une norme d'énergie opportune pour la formulation du problème semi-discret. Ensuite, nous donnons des résultats de convergence hp (avec h et p désignant, comme d'habitude, le pas de maillage et le degré polynômial) pour l'erreur dans la même norme d'énergie. Enfin, nous présentons des expériences numériques effectuées dans un cadre bidimensionnel pour valider les résultats théoriques. Une simulation d'un problème d'intérêt physique, où le système est excité par une source ponctuelle dans le domaine acoustique, sera également présentée.

Références

- [1] P.F. ANTONIETTI, A. CANGIANI, J. COLLIS, Z. DONG, E.H. GEORGOULIS, S. GIANI, P. HOUSTON, *Review of discontinuous Galerkin finite element methods for partial differential equations on complicated domains*, Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 2016.
- [2] P.F. ANTONIETTI, I. MAZZIERI, *High-order discontinuous Galerkin methods for the elastodynamics equation on polygonal and polyhedral meshes*, MOX-Report No. 06/2018, soumis, 2018.
- [3] A. CANGIANI, E.H. GEORGOULIS, P. HOUSTON, *hp-Version discontinuous Galerkin methods on polygonal and polyhedral meshes*, Math. Models Methods Appl. Sci., 2014.
- [4] A. CANGIANI, Z. DONG, E.H. GEORGOULIS, P. HOUSTON, *hp-Version discontinuous Galerkin methods on polygonal and polyhedral meshes*, Springer International Publishing, 2017.

Francesco BONALDI, MOX, Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano, Italy
francesco.bonaldi@polimi.it

Paola F. ANTONIETTI, MOX, Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano, Italy
paola.antonietti@polimi.it

Ilario MAZZIERI, MOX, Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano
Piazza Leonardo da Vinci 32, 20133 Milano, Italy
ilario.mazzieri@polimi.it