

Contrôle de Navier-Stokes dans un rectangle, à un fantôme près

Jean-Michel Coron, LJLL

Frédéric Marbach, ENS Rennes

Franck Sueur, IMB

Ping Zhang, CAS

Dans cet exposé, je présenterai le résultat récent [1].

On y considère l'équation de Navier-Stokes incompressible en 2D dans un rectangle avec la condition au bord usuelle de non glissement sur les parois horizontales. On démontre que, pour tout temps imparté positif, pour toute donnée initiale d'énergie finie, il existe des contrôles sur les parois verticales et une force distribuée tels que la solution correspondante de l'équation d'évolution soit nulle au temps final. De plus, la force distribuée peut être choisie arbitrairement petite dans toute norme Sobolev en espace.

Ce résultat améliore un résultat précédent obtenu dans [2] où la force distribuée n'est petite que dans un espace de Sobolev d'indice négatif en espace. C'est donc un pas de plus vers une réponse à la conjecture de Jacques-Louis Lions portant sur la contrôlabilité frontière globale en temps petit de l'équation de Navier-Stokes, pour laquelle aucune force distribuée ne doit être utilisée.

L'analyse repose sur la méthode de dissipation bien préparée, introduite pour le contrôle global de Burgers et déjà utilisée pour Navier-Stokes dans le cas des conditions au bord de Navier de glissement avec frottement. Pour gérer les couches limites d'amplitude plus grande associées à la condition de non glissement, on utilise une régularisation préalable vers un état analytique de rayon d'analyticité arbitrairement grand et on démontre une estimation de type Cauchy-Kowalevski non linéaire en temps longs, reposant uniquement sur l'analyticité dans la direction horizontale.

Références

- [1] J.-M. Coron, F. Marbach, F. Sueur et P. Zhang. Controllability of the Navier-Stokes equation in a rectangle with a little help of a distributed phantom force. *arXiv*, Janvier 2018
- [2] S. Guerrero, O. Imanuvilov et J.-P. Puel. A result concerning the global approximate controllability of the Navier-Stokes system in dimension 3. *J. Math. Pures Appl. (9)*, 98(6):689–709, 2012.

Jean-Michel Coron, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75252 Paris cedex 05; France

coron@ann.jussieu.fr

Frédéric Marbach, Univ Rennes, CNRS, IRMAR - UMR 6625, F - 35000 Rennes, France

frederic.marbach@ens-rennes.fr

Franck Sueur, Institut de Mathématiques de Bordeaux, Université de Bordeaux, 351 cours de la libération, 33405 Talence; France

franck.sueur@math.u-bordeaux.fr

Ping Zhang, Academy of Mathematics and Systems Science and Hua Loo-Keng Key Laboratory of Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190; China

zp@amss.ac.cn