

# Distance de Wasserstein d'une image à une mesure quelconque

Frédéric de GOURNAY, INSA Toulouse

Léo LEBRAT, INSA Toulouse

Jonas KHAN, IMT

Pierre WEISS, ITAV

**Mots-clés :** Transport optimal, distance de Wasserstein, cellules de Laguerre

Le calcul du transport optimal entre deux mesures de probabilités  $\mu$  et  $\nu$  a connu un spectaculaire développement durant les dernières années. Il existe principalement 3 méthodes, les méthodes semi-discretes [1, 2], les méthodes discrètes régularisées [3] et les méthodes continues [4].

Nous nous intéresserons plus particulièrement au calcul de transport optimal quand une des deux mesures (et une seule) représente une image, c'est-à-dire que la mesure  $\mu$  possède une structure de grille uniforme et non la mesure  $\nu$ . Nous discuterons de la méthode à choisir pour calculer le plus rapidement et de manière stable la distance de Wasserstein 2. Après nous être arrêtés sur la méthode semi-discrète, nous discuterons de la manière la plus efficace de tirer partie de la structure cartésienne de  $\mu$ .

Ensuite nous utiliserons ce calcul pour une application de projection dans l'ensemble de mesures et nous l'illustrerons par le problème du curvling qui consiste à projeter au sens de la distance de Wasserstein  $\mu$  sur l'ensemble des mesures portées par des courbes à vitesse et courbure finie.

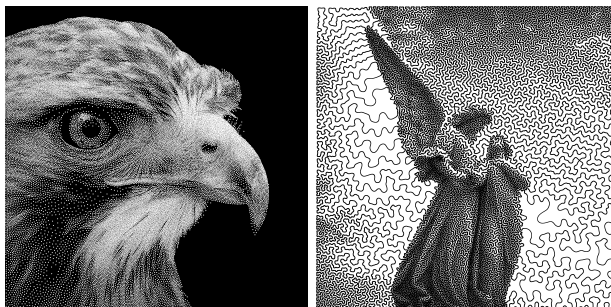


Figure 1: Deux exemples d'approximation d'images par des mesures : A gauche le problème du stippling (approximation par des points) et à droite le problème de curvling (approximation par une courbe de longueur et de courbure donnée).

## Références

- [1] B. LÉVY, *A numerical algorithm for L2 semi-discrete optimal transport in 3D*, ESAIM : MMNA, 49(6), 2015.
- [2] J. KITAGAWA, Q. MÉRIGOT, B. THIBERT, *A Newton algorithm for semi-discrete optimal transport*, JEMS, accepted.
- [3] JD. BENAMOU, G. CARLIER, M. CUTURI, L. NENNA, G. PEYRÉ, *Iterative Bregman projections for regularized transportation problems*, SIAM Journal on Scientific Computing, 37(2), 2015.
- [4] JD. BENAMOU, V. DUVAL, *Minimal convex extensions and finite difference discretization of the quadratic Monge-Kantorovich problem*, HAL : 01616842.

**Frédéric de GOURNAY**, 135 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse  
frederic@degournay.fr

**Léo LEBRAT**, 135 Avenue de Rangueil, 31400 Toulouse  
llebrat@math.univ-toulouse.fr

**Jonas KHAN**, Institut de Mathématiques de Toulouse 118, route de Narbonne F-31062 Toulouse Cedex 9  
jkahn@math.univ-toulouse.fr

**Pierre WEISS**, Institut des Techniques Avancées du Vivant, 1 Place Pierre Potier, 31000 Toulouse  
pierre.armand.weiss@gmail.com