

Schémas de Boltzmann sur réseau et schémas de relaxation

Benjamin GRAILLE, Université Paris-Sud

Dans cet exposé, nous construirons des schémas de Boltzmann sur réseau pour simuler des lois de conservation hyperboliques en lien avec les schémas de relaxation.

Dans [5], une construction de schémas vectoriels à partir du schéma de Boltzmann à deux vitesses en dimension un d'espace a permis de simuler des lois de conservation scalaires. Les schémas obtenus sont diffusifs et la diffusion numérique peut être contrôlée dans la limite de stabilité.

Le schéma à deux vitesses est très agréable à manipuler car il est très simple mais il possède une propriété désagréable : les points d'indice pair et ceux d'indice impair ne communiquent pas, ce qui engendre une pixelisation de la solution. Nous montrerons alors comment construire des schémas vectoriels à partir de schémas plus utilisés dans la communauté : le schéma à trois vitesses en dimension un d'espace en particulier.

Nous montrerons un lien entre ces schémas et les systèmes de relaxation, en particulier celui proposé par Jin et Xin [3]. Ce système consiste à transformer la loi de conservation non linéaire en un système de taille double linéaire en ajoutant un terme source raide. Cette méthode a été largement utilisée pour construire des schémas aux volumes finis. Nous verrons ici une classe de schémas de Boltzmann qui peut être vue comme une discrétisation d'un système de relaxation.

Cette méthode peut se généraliser à des dimensions supérieures et nous présenterons des résultats numériques illustrant quelques schémas sur des systèmes classiques.

Références

- [1] D. D'HUMIÈRES, *Generalized Lattice-Boltzmann Equations*, Rarefied Gas Dynamics: Theory and Simulations, **159** pp. 450–458, AIAA Progress in astronautics and aeronautics, 1992.
- [2] Y. H. QIAN, D. D'HUMIÈRES, P. LALLEMAND, *Lattice BGK Models for Navier-Stokes Equation*, Europhys. Lett., **17** pp. 479–484, 1992.
- [3] S. JIN and Z. XIN, *The Relaxation Schemes for Systems of Conservation Laws in Arbitrary Space Dimensions*, Comm. Pure Appl. Math, **48** pp. 235–277, 1995.
- [4] F. DUBOIS, *Equivalent partial differential equations of a lattice Boltzmann scheme*, Computers and Mathematics with Applications, **55** pp. 1441–1449, 2008.
- [5] B. GRAILLE, *Approximation of mono-dimensional hyperbolic systems: a lattice Boltzmann scheme as a relaxation method*, Journal of Computational Physics, **266** pp. 74–88, 2014.