

# Homogénéisation enrichie en présence de bords

**Clément BENETEAU**, ENSTA Paristech

**Sonia FLISS**, ENSTA Paristech

**Xavier CLAEYS**, Université Pierre et Marie Curie

Quand on s'intéresse à la propagation des ondes dans un milieu périodique à basse fréquence (i.e. la longueur d'onde est grande devant la période), il est possible de modéliser le milieu périodique par un milieu homogène équivalent ou effectif qui a les mêmes propriétés macroscopiques. C'est la théorie de l'homogénéisation qui justifie d'un point de vue mathématique ce procédé. Ce procédé est très séduisant car les calculs numériques sont beaucoup moins coûteux (la petite structure périodique a disparu) et des calculs analytiques sont de nouveau possibles dans certaines configurations. Les ondes dans le milieu périodique et dans le milieu effectif sont très proches d'un point de vue macroscopique... sauf en présence de bords ou d'interfaces.

En effet, il est bien connu que le modèle homogénéisé est obtenu en négligeant les effets de bords et par conséquent il est beaucoup moins précis aux bords du milieu périodique. Quand les phénomènes intéressants apparaissent aux bords du milieu (comme la propagation des ondes plasmoniques à la surface des métamatériaux par exemple), il semble donc difficile de faire confiance au modèle effectif.

En revenant sur le processus d'homogénéisation et en étendant les travaux de [1] et [2], nous proposons un modèle homogénéisé qui est plus riche aux niveaux des bords. Le modèle homogénéisé enrichi est aussi simple que le modèle homogénéisé classique loin des interfaces, seule les conditions aux bords changent et prennent mieux en compte les phénomènes. D'un point de vue numérique, se rajoutent aux problèmes de cellule classiques qui apparaissent en homogénéisation, des problèmes de bandes périodiques qui prennent en compte la façon dont le bord coupe le milieu périodique.

## Références

- [1] G. ALLAIRE AND M. AMAR, *Boundary layer tails in periodic homogenization*, ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations, Volume 4, Pages 209-243, 1999.
- [2] S. MOSKOW AND M. VOGELIUS, *First order corrections to the homogenized eigenvalues of a periodic composite medium. The case of Neumann boundary conditions*.

**Clément BENETEAU**, POems, ENSTA Paristech, 828, Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex  
clement.beneteau@ensta-paristech.fr

**Sonia FLISS**, POems, ENSTA Paristech, 828, Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex  
sonia.fliss@ensta-paristech.fr

**Xavier CLAEYS**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu 75005 Paris  
claey@ann.jussieu.fr