

# Systèmes de particules pour l'approximation de processus aléatoires conditionnés

**Denis VILLEMONAIS**, Université de Lorraine

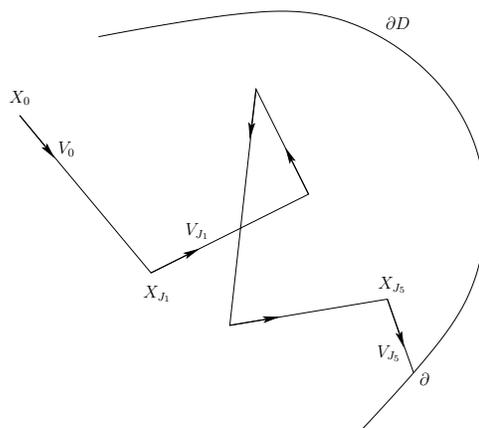
**William Oçafrain**, École des Mines de Nancy

Étant donné un processus de Markov  $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , nous cherchons à approximer la loi de  $X$  conditionné à ne pas hurter un point  $\partial$ . Les méthodes de Monte-Carlo naïves ne sont pas adaptées à cette situation, de même qu'elles ne sont pas adaptées, en général, pour l'approximation de la probabilité d'événements rares.

Afin de palier cette difficulté, des méthodes de Monte-Carlo modifiées ont été introduites dans les années passées, en particulier par Pierre Del Moral pour les processus à temps discret (voir [1] ou la page web [2], qui contient de nombreuses références utiles sur le lien avec les processus de branchement et les applications pratiques de ces méthodes). L'idée principale est ici de considérer  $N$  particules indépendantes et, à chaque temps  $n \in \mathbb{N}$ , de dupliquer des particules n'ayant pas atteint le point  $\partial$ . Le principal défaut de cette méthode est que toutes les particules atteindront le point  $\partial$  de manière simultanée à un moment aléatoire fini presque sûrement. À ce moment, la méthode doit être interrompue et le calcul ne peut être poursuivi. Dans le cadre des processus à temps continu, une méthode similaire peut-être mise en place (voir par exemple [3]), avec de nouvelles difficultés liées au risque d'explosion du nombre de sauts et des difficultés d'implémentation numérique du temps d'absorption exact pour chaque particule.

Dans ce travail, en collaboration avec mon étudiant de parcours recherche William Oçafrain, nous proposons de remédier aux difficultés ci-dessus en proposant une méthode de Monte-Carlo modifiée qui, au contraire des précédentes, ne peut pas échouer, tout en évitant les problèmes d'implémentation numérique du cas continu.

Cette méthode, dont la preuve est basée sur le résultat général de l'article [4], nous permet notamment d'approximer la distribution conditionnelle de processus déterministes par morceaux conditionnés à ne pas hurter le bord d'un ouvert. Cela sera illustré par l'étude du cas du processus de transport neutronique, dont une trajectoire typique est représentée à droite.



## Références

- [1] PIERRE DEL MORAL, *Non Linear Filtering: Interacting Particle Solution*, Markov Processes and Related Fields, Volume 2 Number 4, 555–580, 1996.
- [2] PIERRE DEL MORAL, <http://web.maths.unsw.edu.au/~peterdel-moral/simulinks.html>.
- [3] KRZYSZTOF BURDZY, ROBERT HOLYST, DAVID INGERMAN AND PETER MARCH, *Configurational transition in a fleming-viot-type model and probabilistic interpretation of laplacian eigenfunctions*, Journal of Physics A: Mathematical and General, Volume 29, Number 11, 2633, 1996.
- [4] DENIS VILLEMONAIS, *General approximation method for the distribution of Markov processes conditioned not to be killed*, ESAIM: Probability and Statistics, Volume 18, 441–467, 2014.

**Denis VILLEMONAIS**, Institut Élie Cartan de Lorraine, Université de Lorraine, Site de Nancy, B.P. 70239, F-54506 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex

[denis.villemonais@univ-lorraine.fr](mailto:denis.villemonais@univ-lorraine.fr)

**William Oçafrain**, MINES NANCY - Campus Artem, 92 rue du Sergent Blandan, CS 14234, 54042 Nancy Cedex, FRANCE

[william.oacafrain9@etu.univ-lorraine.fr](mailto:william.oacafrain9@etu.univ-lorraine.fr)