

# Une stratégie de type observateurs pour reconstruire les données initiales de l'équation d'ondes en domaine non-borné

**Antoine TONNOIR**, MÈDISIM, Inria Saclay-Ile de France

**Sonia Fliss**, POEMS, UMR CNRS-Inria-ENSTA Paristech

**Sébastien Impériale**, MÈDISIM, Inria Saclay-Ile de France

**Philippe Moireau**, MÈDISIM, Inria Saclay-Ile de France

**Karim Ramdani**, SPHINX, Inria Nancy-Grand Est

**Mots-clés :** Problème inverse, Observateurs, équation des ondes en domaine non-borné, conditions aux limites transparentes

Ce travail est motivé par le développement des techniques d'élastographie par ultrasons [1] qui visent à déterminer les propriétés d'un tissu vivant à l'aide de sa réponse à une excitation par ultrasons. Nous nous intéressons au problème inverse suivant : reconstruire la donnée initiale  $(u^0, u^1)$  de l'équation des ondes  $\partial_{tt}u - \Delta u = 0$  en domaine non-borné, étant donné la mesure de la vitesse  $\partial_t u$  sur un domaine borné  $\omega \subset \mathcal{D}$ . On suppose que la donnée initiale est à support compact inclus dans le domaine  $\Omega \subset \mathcal{D}$ . En s'inspirant de [2], nous proposons une procédure itérative de reconstruction – également connue sous le nom de *back and forth nudging* en assimilation de données [5] – qui combine les stratégies d'observateurs et de retournement temporel, et que nous étendons ici au cas de milieux non bornés. Dans cette configuration, on doit introduire une frontière artificielle pour borner le domaine de calcul. Sur cette frontière, on choisit d'imposer une condition dite transparente dont le rôle est de "mimer" le domaine infini [4]. On montre comment cette condition est compatible avec l'observateur direct, mais surtout avec l'observateur rétrograde. Ceci nécessite l'extension au cas d'un domaine non-borné de la preuve de [2] concernant la stabilisation de l'erreur sous la condition de contrôle géométrique [3].

Durant l'exposé, nous présenterons la formulation proposée, une stratégie d'analyse et des illustrations numériques 1D et 2D dans le cas d'un demi-guide infini (voir Figure 1).

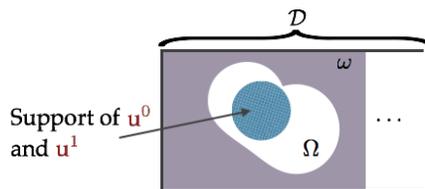


Figure 1: Géométrie du demi-guide  $\mathcal{D}$  et notations

## Références

- [1] J.-L. GENNISSON, T. DEFFIEUX, M. FINK, M. TANTER, *Ultrasound elastography: Principles and techniques*, Diagnostic and interventional imaging, 2013.
- [2] K. RAMDANI, M. TUCSNAK, G. WEISS, *Recovering the initial state of an infinite-dimensional system using observers*, Automatica, 2010.
- [3] C. BARDOS, G. LEBEAU, J. RAUCH, *Sharp sufficient conditions for the observation, control, and stabilization of waves from the boundary*, SIAM journal on control and optimization, 1992.
- [4] T. HAGSTROM, *New results on absorbing layers and radiation boundary conditions*, Topics in computational wave propagation, 2003.
- [5] D. AUROUX, J. BLUM, *Back and forth nudging algorithm for data assimilation problems*, Comptes Rendus Mathématiques, 2005.