

Algorithmes de type homotopiques pour la minimisation des moindres carrés régularisés par la “norme” ℓ_0

Charles SOUSSEN, CRAN, Université de Lorraine et CNRS

Jérôme IDIER, IRCCyN, École Centrale Nantes et CNRS

Junbo DUAN, Université de Xi'an Jiaotong, Chine

David BRIE, CRAN, Université de Lorraine et CNRS

Cette communication concerne la conception d'algorithmes d'approximation parcimonieuse pour les problèmes inverses mal conditionnés. Les algorithmes heuristiques proposés sont conçus pour minimiser des critères mixtes ℓ_2 - ℓ_0 du type $\min_x \mathcal{J}(\mathbf{x}; \lambda) = \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2 + \lambda\|\mathbf{x}\|_0$. Ce sont des algorithmes gloutons “bidirectionnels” définis en tant qu'extensions d'*Orthogonal Least Squares* (OLS). Leur développement est motivé par le très bon comportement empirique d'OLS et de ses versions dérivées lorsque le dictionnaire \mathbf{A} est une matrice mal conditionnée. Nous présentons dans un premier temps l'algorithme *Single Best Replacement* (SBR) pour minimiser $\mathcal{J}(\mathbf{x}; \lambda)$ à λ fixé [1], en mettant en avant ses propriétés de convergence. Nous proposons ensuite deux algorithmes permettant de minimiser \mathcal{J} pour un continuum de valeurs de λ , ce qui conduit à estimer le chemin de régularisation ℓ_0 [2]. Ces algorithmes sont inspirés de l'algorithme d'homotopie pour la régularisation ℓ_1 [3, 4] et exploitent le caractère constant par morceaux du chemin de régularisation ℓ_0 . *Continuation Single Best Replacement* (CSBR) est basé sur des appels à SBR pour des valeurs décroissantes de λ , calculées de manière adaptative. L'algorithme plus sophistiqué *ℓ_0 -regularization Path Descent* (ℓ_0 -PD) effectue une reconstruction (sous-optimale) du chemin de régularisation en maintenant (i) une liste de supports candidats pour des valeurs décroissantes de λ ; et (ii) une liste de valeurs critiques de λ autour desquelles la solution change. Les simulations numériques montrent l'efficacité des deux algorithmes pour des problèmes inverses difficiles comme la déconvolution impulsionnelle par un filtre passe-bas. Nous montrons finalement que les algorithmes proposés peuvent être avantageusement couplés avec des méthodes de sélection d'ordre comme le MDL (*Minimum Description Length*) afin de sélectionner automatiquement l'une des solutions parcimonieuses obtenues.

Références

- [1] C. SOUSSEN, J. IDIER, D. BRIE et J. DUAN, *From Bernoulli-Gaussian deconvolution to sparse signal restoration*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 10, pp. 4572-4584, oct. 2011.
- [2] C. SOUSSEN, J. IDIER, J. DUAN et D. BRIE, *Homotopy based algorithms for ℓ_0 -regularized least-squares*, IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 63, no. 13, pp. 3301-3316, juil. 2015.
- [3] B. EFRON, T. HASTIE, I. JOHNSTONE et R. TIBSHIRANI, *Least angle regression*, Ann. Statist., vol. 32, no. 2, pp. 407-499, avr. 2004.
- [4] D. L. DONOHO et Y. TSAIG, *Fast solution of ℓ_1 -norm minimization problems when the solution may be sparse*, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 54, no. 11, pp. 4789-4812, nov. 2008.

Charles SOUSSEN, Université de Lorraine et CNRS. Centre de Recherche en Automatique de Nancy, UMR 7039, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy
charles.soussen@univ-lorraine.fr

Jérôme IDIER, L'UNAM Université, Ecole Centrale Nantes et CNRS. Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes, UMR 6597, 44321 Nantes
jerome.idier@ircryn.ec-nantes.fr

Junbo DUAN, Department of Biomedical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, Chine
junbo.duan@mail.xjtu.edu.cn

David BRIE, Université de Lorraine et CNRS. Centre de Recherche en Automatique de Nancy, UMR 7039, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy
david.brie@univ-lorraine.fr