

# Résolution numérique de l'équation de Kadomtsev-Petviashvili généralisée avec des schémas aux différences finies compacts

**Pierre GARNIER**, LAMFA, Université de Picardie

**Jean-Paul CHEHAB**, LAMFA, Université de Picardie

**Youcef MAMMERI**, LAMFA, Université de Picardie

L'équation de Kadomtsev-Petviashvili

$$u_t + u_{xxx} + u^p u_x + \lambda \partial_x^{-1} u_{yy} = 0 \text{ avec } p \geq 1, \quad (1)$$

permet de décrire la propagation d'ondes longues, de faible amplitude avec de faibles effets transverses dans la direction  $y$  [2]. L'anti-dérivée  $\partial_x^{-1}$  est définie par la transformée de Fourier

$$\widehat{\partial_x^{-1} u} = \frac{\hat{u}(\xi)}{i\xi}.$$

L'équation est appelée KP-I quand  $\lambda = -1$  et KP-II quand  $\lambda = 1$ .

Rappelons que pour des solutions suffisamment régulières et s'annulant à l'infini, la masse et l'énergie sont conservées

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2(x, y, t) dx dy, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{u^{p+2}}{(p+1)(p+2)} - \frac{u_x^2}{2} + \frac{\lambda(\partial_x^{-1} u_y)^2}{2} \right) (x, y, t) dx dy.$$

Il est à noter que, quelque soit la donnée initiale, l'équation implique que la moyenne en  $x$  soit nulle [5]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u(x, y, t) dx = 0, \quad y \in \mathbb{R}, t \neq 0.$$

Cette condition est importante, les schémas numériques construits doivent préserver ces invariants.

Le comportement numérique de l'équation de KP a été récemment étudié [1, 3], mais due à la définition de l'anti-dérivée, les méthodes spectrales ont été privilégiées avec des conditions aux bords périodiques. On présente ici des schémas aux différences finies compacts [4]. De part leur construction, ils permettent de s'adapter à d'autres conditions aux bords et d'en augmenter l'ordre.

## Références

- [1] F. HAMIDOUCHE, Y. MAMMERI AND S. MEFIRE, *Numerical study of the solutions of the 3D generalized Kadomtsev-Petviashvili equations for long times*, Commun. Comput. Phys. 6, no. 5 (2009), 1022-1062.
- [2] B. B. KADOMTSEV AND V. I. PETVIASHVILI, *On the stability of solitary waves in weakly dispersing media*, Sov. Phys. Dokl. 15, (1970), 539541.
- [3] C. KLEIN AND J.-C. SAUT, *Numerical study of blow up and stability of solutions of generalized Kadomtsev-Petviashvili equations*, J. Nonl. Sci. 22, no.5, (2010) 763-811.
- [4] S. K. LELE, *Compact finite difference schemes with spectral-like resolution*, J. Comput. Phys. 103, no. 1, (1992), 16-42.
- [5] L. MOLINET, J.C. SAUT AND N. TZVETKOV, *Global well-posedness for the KP-I equation*, Math. Ann. 324, (2002), 255-275. Correction : Math. Ann. 328, (2004), 707710.

**Pierre GARNIER**, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint Leu, 80039 Amiens

pierre.garnier@u-picardie.fr

**Jean-Paul CHEHAB**, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint Leu, 80039 Amiens

jean-paul.chehab@u-picardie.fr

**Youcef MAMMERI**, LAMFA, Université de Picardie Jules Verne, 33 rue Saint Leu, 80039 Amiens

youcef.mammeri@u-picardie.fr