

Approximation et Estimation des Opérateurs de Flou Variable

Paul Escande, DISC – ISAE

Pierre Weiss, ITAV-USR3505

Jérémy Bigot, IMB-UMR5251

Le problème de restauration d’images dégradées par des flous variables spatialement apparaît dans plusieurs domaines tels que la microscopie de fluorescence et l’astronomie. Les flous variables peuvent être modélisés par des opérateurs linéaires intégraux. Contrairement aux convolutions qui sont diagonalisées par la transformée de Fourier, ces opérateurs n’ont pas de représentation simple. De plus, les opérateurs sont en général inconnus. Par conséquent, deux grandes difficultés numériques doivent être surmontées pour restaurer les images digitales : i) réduire les coûts de calcul des produits matrice-vecteur et ii) estimer une matrice codée avec un nombre de coefficients trop important.

Les méthodes les plus utilisées actuellement, sous l’hypothèse de petites variations du flou dans l’espace, reposent sur des approximations des opérateurs de flous variables par des interpolations de convolutions [2]. Ces méthodes permettent à la fois une réduction de la complexité des produits matrice-vecteur et l’estimation du flou sur la totalité de l’espace à partir de la connaissance de quelques réponses impulsionnelles placées sur une grille cartésienne.

Dans un travail récent [3] inspiré de [1], nous avons proposé une méthode d’approximation des opérateurs de flou variable dans des bases d’ondelettes. Ces représentations rendent les opérateurs très compressibles. Elles permettent de calculer les produits matrice-vecteur avec une complexité en $O(N\epsilon^{-d/M})$ où ϵ représente la précision du produit en norme ℓ^2 , N est le nombre de pixels de l’image d -dimensionnelle et M est un scalaire décrivant la régularité du noyau. L’efficacité numérique de ces approximations a été vérifiée dans le cas simple de la déconvolution où elles ont permis de réduire les temps de calculs par un voire deux ordres de grandeur [4] par rapport à l’état-de-l’art.

Dans cet exposé, nous rappellerons les résultats principaux obtenus dans [3] concernant les propriétés de compression des opérateurs de flou dans les bases d’ondelettes. Nous détaillerons ensuite une technique d’estimation des noyaux à partir de quelques réponses impulsionnelles placées arbitrairement dans l’espace. Cette méthode exploite les propriétés de compression et de régularité des noyaux. Le cadre des espaces de Hilbert à noyau reproduisant permet de déterminer des vitesses de convergence de l’estimateur obtenu en fonction des niveaux de bruits et du nombre de réponses impulsionnelles connues. Cette méthodologie est implémentable pour des applications réelles et nous l’illustrerons par des résultats expérimentaux d’interpolation d’opérateurs sur des images.

Références

- [1] BEYLKIN, GREGORY AND COIFMAN, RONALD AND ROKHLIN, VLADIMIR, *Fast Wavelet Transform and Numerical Algorithm*, Commun. Pure and Applied Math, 1991
- [2] FAST APPROXIMATIONS OF SHIFT-VARIANT BLUR, Denis, Loïc and Thiébaud, Eric and Soulez, Ferréol and Becker, Jean-Marie and Mourya, Rahul, Preprint, 2014
- [3] ESCANDE, PAUL AND WEISS, PIERRE, *Sparse Wavelet Representations of Spatially Varying Blurring Operators*, SIAM Journal on Imaging Sciences (SIIMS), 2015, vol. 8, no 4, p. 2976-3014
- [4] ESCANDE, PAUL AND WEISS, PIERRE, *Real-time 11-12 deblurring using wavelet expansions of operators*, Submitted 2015.

Paul Escande, Département d’Ingénierie des Systèmes Complexes (DISC)
Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace (ISAE), Toulouse
paul.escande@gmail.com

Pierre Weiss, Institut des Technologies Avancées en Sciences du Vivant, ITAV-USR3505
Institut Mathématiques de Toulouse, IMT-UMR5219, CNRS et Université de Toulouse
pierre.armand.weiss@gmail.com

Jérémy Bigot, Institut de Mathématiques de Bordeaux et CNRS, IMB-UMR5251
Université de Bordeaux
jeremie.bigot@u-bordeaux.fr