

Approximations d'interfaces et énergies géométriques

Simon MASNOU, Institut Camille Jordan, Université Lyon 1

De nombreux problèmes en physique, en biologie, en mécanique, en traitement d'images, en infographie ou en analyse de données font intervenir la notion d'interface.

Il existe de multiples façons de représenter une interface, que ce soit exactement (fonction implicite, paramétrage, bord de domaine, modèles CAD, splines) ou de façon approchée (maillages, nuages de points, champ de phase, pixels/voxels).

Dans cet exposé, on s'intéressera à deux modèles mathématiques d'interface qui ont l'avantage d'être bien adaptés à l'évaluation d'énergies géométriques d'ordre 1 (aire, périmètre) ou 2 (énergies de courbure) :

- un modèle général, qui consiste à représenter l'interface exacte ou approchée comme une mesure (et plus précisément comme un "varifold"), et qu'on peut utiliser également pour décrire des surfaces de dimension et codimension quelconques;
- un modèle très utilisé par les physiciens, le modèle champ de phase, qui consiste à approcher une interface par une transition diffuse.

On décrira les propriétés d'approximation de ces deux modèles et leur capacité à encoder de façon robuste des informations géométriques. On verra comment ils peuvent être utilisés numériquement pour estimer la courbure moyenne d'un nuage de points ou d'un maillage, reconstruire un volume à partir de coupes bidimensionnelles, faire évoluer une courbe élastique sous contrainte de confinement, simuler le mouillage d'une goutte, ou encore simuler la croissance d'un nanofil.

Références