

# De l'équation de Newton à l'équation des ondes: un résultat de non-convergence.

Marc JOSIEN, Cermics (ENPC) et équipe-projet MATHERIALS (INRIA)

Xavier BLANC, LJLL (Université Paris Diderot)

**Mots-clés :** Limite discret-continu, Equation de Newton, Equation des ondes, Chocs.

Il a récemment été montré dans [1] que le système constitué, à l'échelle microscopique, par une chaîne de  $N$  particules interagissant avec leurs plus proches voisins via un potentiel de paire  $W$  pouvait être décrit, à l'échelle macroscopique, par l'équation des ondes. Plus précisément, si les positions  $X_j(t)$  des particules vérifie l'équation de Newton:

$$\frac{d}{dt^2} X_i = W'(X_{j+1} - X_j) - W'(X_j - X_{j-1}) \quad (1)$$

alors, après remise l'échelle, les positions  $X_j$  convergent vers  $\phi$  solution de :

$$\partial_\tau^2 \phi(\tau, x) = \partial_x W'(\partial_x \phi). \quad (2)$$

Toutefois, ce résultat est démontré dans [1] sous des hypothèses de régularité sur  $\phi$ . Or, dès que  $W$  est non linéaire, l'équation (2) développe des chocs en temps fini pour une large classe de données initiales. Le résultat de [1] ne s'applique donc plus.

Dans ce travail, nous avons étudié le comportement asymptotique de (1) dans un régime où des chocs peuvent apparaître. Nous décrirons alors le comportement du système discret dans cette situation. Nous verrons notamment que, sous certaines hypothèses, le système discret (1) ne converge pas vers le système continu (2), dès lors que la solution de ce dernier présente une décroissance stricte de son entropie. Ceci est en particulier le cas en présence de chocs [2].

## Références

- [1] BLANC, X. ET LE BRIS, C. AND LIONS, P.-L., *From the Newton equation to the wave equation in some simple cases*, NHM, 7(1), 1–41, 2012.
- [2] BLANC, X. ET JOSIEN, M., *From the Newton equation to the wave equation in shock cases*, en préparation.