

Analyse des équations multi-groupes SP_N de la neutronique pour la simulation d'un cœur de réacteur

Léandre GIRET, CEA - Saclay, ENSTA Paristech

Patrick CIARLET, ENSTA Paristech

Erell JAMELOT, CEA - Saclay

Mots-clés : neutronique, problème aux valeurs propres, harmoniques sphériques simplifiées

La réaction en chaîne au sein d'un réacteur nucléaire est modélisée par l'équation du transport des neutrons. Celle-ci dépend de 7 variables (1 pour le temps, 3 pour l'espace, 2 pour la direction des vitesses et 1 pour l'énergie). Pour estimer le régime nominal du réacteur, l'équation est résolue sous sa forme stationnaire. Il s'agit d'un problème aux valeurs propres où la valeur propre λ est un coefficient devant le terme de source de fission. Afin de simplifier le problème, l'énergie est discrétisée par la méthode multi-groupe alors que la direction est traitée à l'aide des harmoniques sphériques simplifiées (SP_N) [1]. Les inconnues sont le courant \mathbf{p}^g (harmoniques impaires) et le flux φ^g (harmoniques paires).

$$\begin{cases} \mathbb{T}_o^g \mathbf{p}^g - \sum_{g' < g} \mathbb{S}_o^{g' \rightarrow g} \mathbf{p}^{g'} + \mathbf{grad}(H\varphi^g) = 0 \\ {}^T H \text{div}(\mathbf{p}^g) + \mathbb{T}_e^g \varphi^g - \sum_{g' < g} \mathbb{S}_e^{g' \rightarrow g} \varphi^{g'} = \lambda \chi^g \sum_{g'} \mathbb{S}_f^{g'} \varphi^{g'} \end{cases} \quad (1)$$

Dans (1), la matrice \mathbb{T}_e (*resp.* \mathbb{T}_o) correspond aux harmoniques paires (*resp.* impaires) des sections efficaces d'absorption. $\mathbb{S}^{g' \rightarrow g}$ (*resp.* \mathbb{S}_f^g) est la matrice de transfert des neutrons du groupe g' vers le groupe g (*resp.* la matrice de fission). La matrice H couple les harmoniques paires avec les impaires. Nous prouvons que ce problème est bien posé en utilisant la théorie de Babuška et Osborn [2]. Celle-ci nous permet aussi de montrer que la vitesse de convergence de la valeur propre est quadratique.

Le flux $(\varphi^g)_g$ associé à la plus petite valeur propre $\frac{1}{k_{eff}}$ est l'unique solution positive, et donc physique, du problème [3]. De plus, le coefficient k_{eff} caractérise l'état du réacteur: *sous-critique* ($k_{eff} < 1$), *critique* ($k_{eff} = 1$), *sur-critique* ($k_{eff} > 1$). Nous utilisons l'algorithme des puissances inverses itérées pour approcher le triplet $((\mathbf{p}^g)_g, (\varphi^g)_g, k_{eff})$. Ainsi, à chaque itération, nous résolvons un problème à source, qui est un système d'équations de diffusion couplées, en le discrétisant spatialement avec les éléments finis mixtes de Raviart-Thomas.

Or les coefficients des matrices \mathbb{T} et \mathbb{S} sont très hétérogènes (constants par morceaux sur maillage structuré), et donc la solution est localement très singulière. Cette particularité limite la précision du calcul et ralentit la convergence. Afin de palier à cet inconvénient et sans détériorer le temps de calcul, nous voulons mettre en place un raffinement de maillage adaptatif basé sur un estimateur d'erreur a posteriori [4].

Références

- [1] A.-M. BAUDRON & J.-J. LAUTARD, *MINOS: a simplified P_n solver for core calculation*, Nuclear Science and Engineering, 155 p. 250-263, 2007.
- [2] I. BABUŠKA & J. OSBORN, *Eigensvalue problem*, Handbook of Numerical Analysis, vol. 2 p. 641-787, 1991.
- [3] M. G. KREIN & M. A. RUTMAN, *Linear operators leaving invariant a cone in a Banach space*, Am. Math. Soc. Translation, 10 p. 199-325, 1962.
- [4] M. VOHRALIK, *Guaranteed and fully robust a posteriori error estimates for conforming discretizations of diffusion problems with discontinuous coefficients*, J. Sci. Comput., 46 p. 397-438, 2011.

Léandre GIRET, CEA/DEN/DM2S/SERMA/LLPR, CEA - Saclay, 91400 Saclay

leandre.giret@cea.fr

Patrick CIARLET, Poems, UMA, ENSTA Paristech, 828 Boulevard des Maréchaux, 91120 Palaiseau

patrick.ciarlet@ensta-paristech.fr

Erell JAMELOT, CEA/DEN/DM2S/SERMA/LLPR, CEA - Saclay, 91400 Saclay

erell.jamelot@cea.fr