

Modélisation stochastique d'une particule ferromagnétique

Jérôme Lelong, Université de Grenoble Alpes

Stéphane Labbé, Université de Grenoble Alpes

Dans ce travail, nous nous intéressons au comportement d'une particule ferromagnétique ponctuelle plongée dans un champ extérieur et soumise à une perturbation stochastique. Ce modèle permet de mieux comprendre les effets thermiques sur les matériaux ferromagnétiques.

Considérons un moment magnétique $\mu : \mathbb{R} \rightarrow S_2$ soumis à un champ extérieur $b \in \mathbb{R}^3$, où S_2 désigne classiquement la sphère dans \mathbb{R}^3 . L'évolution de μ est régie par l'équation de Landau-Lifchitz

$$\frac{d\mu}{dt} = -\mu \wedge b - \alpha \mu \wedge (\mu \wedge b), \quad \mu(0) \in S_2$$

où $\alpha > 0$ est le coefficient de dissipation. Le moment magnétique satisfait la propriété fondamentale de conservation de la norme, $|\mu(t)| = 1$ pour tout $t \geq 0$, qui devra être préservée par le modèle stochastique. Pour rendre des effets aléatoires sur le champ extérieur, nous considérons le modèle d'évolution stochastique suivant

$$d\mu_t = -\mu_t \wedge (b dt + \varepsilon dW_t) - \alpha \mu_t \wedge (\mu_t \wedge (b dt + \varepsilon_t dW_t))$$

où W est un mouvement brownien à valeurs dans \mathbb{R}^3 et ε_t une fonction déterministe positive et décroissante qui permet d'intégrer un phénomène d'atténuation du bruit.

Dans [1], nous avons étudié le comportement en temps long de μ lorsque l'intégrale stochastique est interprétée au sens de l'intégrale d'Itô. Dans cet exposé, nous interpréterons la perturbation stochastique au sens Stratonovich et étudierons les propriétés de stabilité du système dynamique stochastique régissant l'évolution de μ . Nous verrons que ces deux modélisations conduisent à une convergence en temps long mais à des vitesses différentes.

Références

- [1] P. ETORÉ, S. LABBÉ, AND J. LELONG. *Long time behaviour of a stochastic nano particle. Journal of Differential Equations*, 257(6):2115–2135, 2014.