# Schémas AP pour des équations cinétiques avec limite de diffusion fractionnaire

**Nicolas CROUSEILLES**, INRIA, IRMAR - Université de Rennes 1

**Hélène HIVERT**, IRMAR - Université de Rennes 1

**Mohammed LEMOU**, CNRS, IRMAR - Université de Rennes 1

On étudie une équation cinétique dont le noyau de collision a une fonction à queue lourde pour équilibre. Son comportement asymptotique a été étudié dans [1, 6]: il s'agit d'une équation de diffusion fractionnaire, écrite avec un laplacien fractionnaire.
La résolution numérique des équations cinétiques se heurte au caractère raide de l'équation lorsqu'on considère des régimes proches de l'asymptotique. Plus explicitement, en notant $\varepsilon$ le paramètre de raideur, la résolution numérique impose a priori des conditions liant les paramètres d'espace, de temps et $\varepsilon$. On est alors confronté à l'explosion des temps de calcul et à l'apparition de diffusion numérique. Pour éviter ces problèmes, des schémas *Asymptotic Preserving* (AP) sont développés : de tels schémas sont consistants à $\varepsilon$ fixé avec l'équation de départ et dégénèrent lorsque $\varepsilon$ tend vers 0 en schémas consistants avec l'équation asymptotique.
Les nombreux schémas AP existant pour le cas de la limite de diffusion ne s'adaptent pas immédiatement au cas de la diffusion fractionnaire : les grandes vitesses, qui ont un rôle crucial dans la dérivation de l'équation asymptotique, n'y sont pas correctement traitées. Nous proposons une stratégie pour prendre en compte les grandes vitesses dans des schémas usuels et leur assurer ainsi d'avoir le caractère AP dans le cas de la limite de diffusion fractionnaire [3].
Nous rappellerons comment obtenir la limite de diffusion fractionnaire. À partir de cette étude, nous écrirons trois schémas possédant la propriété AP. Ils sont basés respectivement sur une formulation entièrement implicite, une décomposition micro-macro et une formulation de Duhamel de l'équation cinétique. Leurs propriétés seront illustrées par des tests numériques. Enfin, nous généraliserons au cas d'équations cinétiques avec une fréquence de collision dégénérée à l'origine [2]. Là encore, l'équation asymptotique est une diffusion fractionnaire et une approche similaire nous permet d'écrire des schémas avec la propriété AP [4, 5].

## Références

[1] N. Ben Abdallah, A. Mellet, M. Puel, *Fractional diffusion limit for collisional kinetic equations: A Hilbert expansion approach*, Kinetic and related models, Vol. 4 no. 4 pp 873-900, 2011.

[2] N. Ben Abdallah, A. Mellet, M. Puel, *Anomalous diffusion limit for kinetic equations with degenerate collision frequency*, Math. Models Methods Appl. Sci., Vol. 21 no. 11 pp 2249-2262, 2011.

[3] N. Crouseilles, H. Hivert, M. Lemou, *Numerical schemes for kinetic equations in the diffusion and anomalous diffusion limit. Part I: the case of heavy-tailed equilibrium*, SIAM, J. Sc. Comput., 2016.

[4] N. Crouseilles, H. Hivert, M. Lemou, *Multiscale numerical schemes for kinetic equations in the anomalous diffusion limit*, Comptes Rendus Mathematique, Vol. 353 no. 8 pp 755-760, 2015.

[5] N. Crouseilles, H. Hivert, M. Lemou, *Numerical schemes for kinetic equations in the diffusion and anomalous diffusion limit. Part II: the case of degenerate collision frequency*, hal-01245312, 2015.

[6] A. Mellet, S. Mischler, C. Mouhot, *Fractional diffusion limit for collisional kinetic equations*, Arch. Ration. Mech. Anal., Vol. 199 pp 493-525, 2011.

**Nicolas CROUSEILLES**, *IRMAR*, 263 avenue du général Leclerc, 35 000 Rennes
`nicolas.crouseilles@inria.fr`
**Hélène HIVERT**, *IRMAR*, 263 avenue du général Leclerc, 35 000 Rennes
`helene.hivert@inria.fr`
**Mohammed LEMOU**, *IRMAR*, 263 avenue du général Leclerc, 35 000 Rennes
`mohammed.lemou@univ-rennes1.fr`