

Reconstruction volumétrique de domaine à partir de connaissance partiel sur des coupes planaires par une méthode de champ de phase

François DAYRENS, ICJ, Université Lyon 1

Élie BRETIN, ICJ, INSA Lyon

Simon MASNOU, ICJ, Université Lyon 1

Comment reconstruire un domaine de \mathbb{R}^N si l'on n'en connaît que des coupes planaires ? Ce problème est évidemment mal posé et nous proposons de choisir pour solutions les domaines qui vérifient les contraintes de coupes et dont le bord minimise une énergie d'interface du type périmètre ou énergie de Willmore. Nous utilisons une méthode de champ de phases pour la résolution numérique de ce problème d'optimisation sous contraintes. Le principe est de relaxer le problème initial en introduisant des approximations des énergies géométriques considérées. Par exemple, dans le cas particulier du périmètre, Modica et Mortola ont démontré que l'énergie de Cahn-Hilliard

$$\int \left(\frac{\varepsilon}{2} |\nabla u|^2 + \frac{1}{\varepsilon} W(u) \right) dx$$

Γ -converge vers le périmètre (modulo une constante multiplicative), en désignant par W un potentiel double puits et ε un paramètre d'approximation. Un résultat analogue existe pour l'approximation de l'énergie de Willmore en dimensions 2 et 3.

La difficulté du problème tient au fait que les contraintes sont imposées sur des ensembles de codimension 1 qui influent sur l'énergie limite d'une suite de configurations minimisantes. Nous montrons ainsi, dans le cas du périmètre, un résultat de Γ -convergence vers une énergie limite incluant des termes de pénalisation supplémentaires dus aux coupes. Nous proposons ensuite des simulations numériques utilisant des données plus variées comme des nuages de points ou des coupes non planaires. Nous montrons aussi qu'une approche multi-phase pour reconstruire plusieurs domaines simultanément est déjà très performante numériquement.

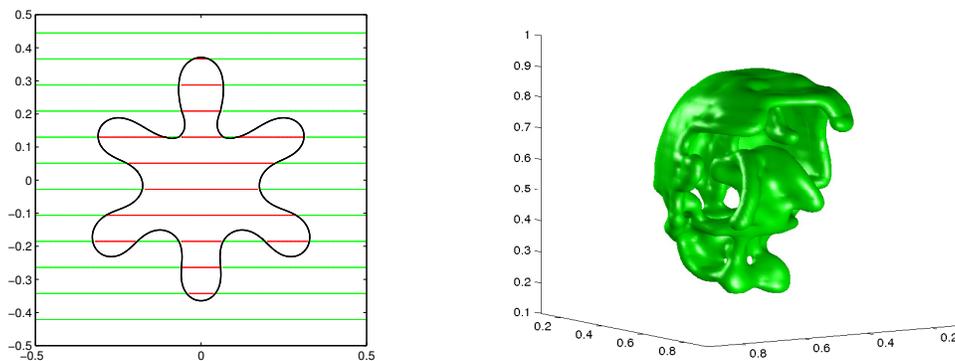


Figure 1: Exemples de reconstruction avec l'énergie de Willmore en 2D et en 3D.

François DAYRENS, Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1, 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne

dayrens@math.univ-lyon1.fr

Élie BRETIN, Institut Camille Jordan, INSA Lyon, 20 Avenue Albert Einstein, 69621 Villeurbanne cedex

elie.bretin@insa-lyon.fr

Simon MASNOU, Institut Camille Jordan, Université Claude Bernard Lyon 1, 43 boulevard du 11 novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex

masnou@math.univ-lyon1.fr