Analyse des preće conditionneurs physiques pour les équations d'Euler et de la MHD linéarisé

Emmanuel Franck, Inria Nancy Grand Est, IRMA Strasbourg

Ahmed Ratnani, Max Planck Institut of Plasma Physics

Stefano Serra-Capizzano, University of Insubria, Como Italy

Eric Sonnendrücker, Max Planck Institut of Plasma Physics

La simulation numériques des instabilités de MHD dans les installation de fusion par confinement magnétique (Tokamak) nécessite de résoudre des problèmes fluides couplés aux équations de Maxwell. Rsoudre ces équations dans les géomtries compliquées des tokamak est un problème difficile à cause de la nature multi-échelles à la fois spatiale et temporelle du problème ainsi que ce son coté fortement anisotrope. Ces simulations nécessite des gros codes comme le code Européen JOREK [1] qui résout la MHD avec un schéma en temps totalement implicite, des éléments finis Hermite-Bézier pour le plan poloidal et une méthode de Fourier dans la direction toroïdale. Chaque pas de temps nécessite d'inverser une très grosse matrice mal-conditionnée. Une nouvelle version de ce code nommée JOREK-Django set en cours de développement et est basé sur une approche Iso-Paramétrique /Iso-Géometrique [2]. Dans le code original JOREK, le système matriciel est inversé en utilisant une méthode de GMRES couplé aver un préconditionneur de type Jacobi par bloc. Cependant ce type de méthode n'est pas efficace pour les cas physiques les plus lourds. Dans le nouveau code ce sont les préconditionneurs physiques couplés avec une méthode de type "Jacobian-Free" [3]. Cette méthode consiste à approcher les solutions du modèle global par une succession d'opérateurs plus simple de type advection diffusion. Le préconditionneur est obtenu en résolvant ces sous systèmes avec des solveurs classiques. Dans cette exposé on discutera d'abord de la construction de la succession d'opérateurs qui forme le préconditionneur en prenant comme exemple les équations d'Euler et de la MHD linéarisée. Dans un second temps on étudiera la discrétisation éléments finis (problème bien posé ou non, dans quels régimes de paramètres) et la conditionnement de ces sous opérateurs. Pour étudier le conditionnement de ces sous opérateurs on utilise une méthode appelée GLT [4]. Elle permet d'étudier l'effet sur le conditionnement de la compétition entre les paramètres physiques, le degré d'approximation et la rgularité.

Références

[1] T. A. Huysmans, O. Czarny , *Bézier surfaces and finite elements for MHD simulations*, Journal of Computational Physics archive Volume 227 Issue 16, August, 2008, pages 7423-7445

[2] J.A. Cottrell, T.J.R. Hughes, Y. Bazilevs, , *Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA* , John Wiley and Sons, 2009.

[3] L. Chacon, *An optimal, parallel, fully implicit Newton-Krylov solver for three-dimensional viscoresistive magnetohydrodynamics*, Physics of Plasmas vol 15 issue 5, 2008

[4] S. Serra-Capizzano, *The GLT class as a generalized Fourier analysis and applications*, Linear Algebra Appl. 419 (2006) 180-233.

Emmanuel Franck,
emmanuel.franck@inria.fr