

Ordre de convergence pour l'équation de Korteweg-de Vries

Clémentine COURTÈS, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

Frédéric LAGOUTIÈRE, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

Frédéric ROUSSET, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay

L'équation de Korteweg-de Vries $\partial_t u + u\partial_x u + \partial_{xxx} u = 0$, fréquente en modélisation des phénomènes hydrodynamiques, présente à la fois un terme dispersif (le terme d'Airy $\partial_{xxx} u$) et une non-linéarité de type Burgers $u\partial_x u$. Étudier l'ordre de convergence d'un schéma aux différences finies pour cette équation nécessite alors d'utiliser une méthode qui convienne simultanément à ces deux termes.

L'approche développée ici repose sur l'établissement d'une inégalité de type inégalité d'entropie discrète appliquée à une entropie relative quadratique $\eta(u|v) = u^2 - v^2 - 2v(u - v) = (u - v)^2$. Elle permet, par un calcul direct, de retrouver notamment les résultats de stabilité et de convergence déjà connus pour l'équation d'Airy $\partial_t u + \partial_{xxx} u = 0$ ainsi que pour l'équation de Burgers non visqueuse $\partial_t u + u\partial_x u = 0$.

Par cette méthode, l'ordre de convergence peut être précisément quantifié par rapport à la régularité de Sobolev de la donnée initiale, même dans le cas d'une faible régularité : $u_0 \in \mathbb{H}^s(\mathbb{R})$ avec $s > \frac{3}{4}$.

Clémentine COURTÈS, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France.

`clementine.courtes@math.u-psud.fr`

Frédéric LAGOUTIÈRE, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France.

`frederic.lagoutiere@math.u-psud.fr`

Frédéric ROUSSET, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Univ. Paris-Sud, CNRS, Université Paris-Saclay, 91405 Orsay, France.

`frederic.rousset@math.u-psud.fr`