

Dynamique adaptative dans un modèle de virulence

Cécile TAING, Université PARIS VI

Samuel NORDMANN, ENS Lyon

Benoît PERTHAME, Université Paris VI

Nous présentons des résultats de convergence vers des masses de Dirac pour le système suivant:

$$\begin{cases} \epsilon \partial_t m_\epsilon(t, x, y) + \partial_x [A(x, y) m_\epsilon(t, x, y)] + (\alpha \rho_\epsilon(t) + d(x, y)) m_\epsilon(t, x, y) = 0, \\ A(x = 0, y) m_\epsilon(t, x = 0, y) = \frac{1}{\epsilon^n} \int M(\frac{y'-y}{\epsilon}) b(x', y') m_\epsilon(x', y') dx' dy', \\ \rho_\epsilon(t) = \iint m_\epsilon(t, x, y) dx dy. \end{cases} \quad (1)$$

La motivation de l'étude de ce système est la modélisation de l'invasion d'une population de moustiques par un symbiote et un virus (Wolbachia et dengue) qui entrent en compétition. m_ϵ représente ici la densité de population de moustiques et dépend du temps $t \in \mathbb{R}_+$, du titre viral $x \in \mathbb{R}_+$ et d'un trait de virulence $y \in \mathbb{R}^d$.

Différentes méthodes ont été développées dans le but de prouver la concentration de la densité de population en une masse de Dirac, et donc la sélection d'un trait biologique le plus adapté, pour des systèmes intégro-différentiels ou paraboliques. Ces méthodes reposent sur l'étude d'une équation de Hamilton-Jacobi sous contraintes.

Pour ce modèle, la méthode est différente. La preuve des résultats de convergence s'appuie sur l'étude du système stationnaire associé et sur un problème aux valeurs propres. La valeur propre principale et le vecteur propre associé donnés par la théorie de Krein-Rutman, dépendent du trait biologique y et permettent la description de la dynamique adaptative de la population.

Nous présenterons les différents résultats obtenus dans deux cadres: le premier sans mutations, et le deuxième avec.

Références

- [1] S. NORDMANN, B. PERTHAME, C. TAING, *Analysis of a population model structured by infection rate and virulence*, 2016. Work in progress.

Cécile TAING, LJLL, UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris

taing@ann.jussieu.fr

Samuel NORDMANN, ENS Lyon, 15 parvis Ren Descartes, 69342 Lyon

samnordmann@gmail.com

Benoît PERTHAME, LJLL, UPMC, 4 place Jussieu, 75005 Paris

benoit.perthame@upmc.fr