La méthode d'Arnoldi Etendu pour la réduction de modèle

Oussama ABIDI, Université du Littoral Côte D'Opale

L'espace de Krylov étendu a été récemment considéré comme un outil concurrentiel pour l'approximation de solution de divers problèmes matriciels de grandes tailles. Il a été introduit par Druskin et Knizhnerman dans [1] pour approcher des fonctions de matrices symétriques, il a ensuite été exploré pour approcher des fonctions de matrices non symétriques, et pour approcher la solution des équations de Lyapunov, Sylvester et Riccati comme étant une méthode de projection [2]. Étant donné une matrice non singulière $A \in \mathcal{R}^{n\times n}$ et $B \in \mathcal{R}^{n\times s}$, l'espace de Krylov étendu fournit un espace d'approximation amélioré, en utilisant á la fois les puissances de la matrice A et son inverse A^{-1}. L'espace de Krylov étendu par bloc est donné par:

$$\mathbb{K}_m(A, V) = \mathbf{colspan}(\{A^{-m}\,V, \ldots, A^{-2}\,V, A^{-1}\,V, V, A\,V, A^2\,V, \ldots, A^{m-1}\,V\}).$$

Les méthodes de type projections déterminent une approximation de la solution approchée en projetant un problème donné sur un espace d'approximation beaucoup plus petit. Les espaces d'approximations qui ont été largement étudiés dans le passé pour une variété de problèmes sont les espaces de Krylov standard, l'espace de Krylov inversé et l'espace de Krylov rationnel. Les deux derniers espaces ont l'inconvénient de nécessiter une sélection de paramètres éventuellement coûteux, et leur performances peuvent dans certains cas être très sensible á une sélection de ces paramètres. D'autre part la version standard et étendue de l'espace de Krylov ne varient pas selon des paramètres. En outre, le sous espace de Krylov étendu a l'avantage de rapprocher les deux extrémités du spectre, en générant les puissances de A et A^{-1} et leur combinaison peut intuitivement expliquer son efficacité au lieu d'utiliser soit les puissances de A (espace de Krylov standard) ou de A^{-1} (espace de Krylov inversé). L'espace de Krylov étendu a été utilisé dans plusieurs applications, parmi ces application l'approximation de la fonction de transfert et l'égalité des paramètres de Markov (développement en série de Laurent au voisinage de ∞), mais l'égalité du moment matching au voisinage de 0 (développement en série de Taylor au voisinage de 0) reste une question sans réponse. L'égalité des paramètres de Markov est due á des relations efficaces basées sur les puissances de la matrice A, mais les puissances de la matrice A^{-1} n'ont pas été exploitées.
L'objectif de ce papier est de donner l'égalité du moment matching au voisinage de 0, en introduisant des relations et des propriétés basant sur la matrice A^{-1}.

Références

[1] V. Druskin, L. Knizhnerman, *Extended Krylov subspaces: approximation of the matrix square root and related functions*, SIAM J. Matrix Anal. Appl. 3 (1998) 755-771.

[2] M. Heyouni, *Extended Arnoldi methods for large Sylvester matrix equations*, Technical report, L.M.P.A. Université du Littora, 2008.

Oussama ABIDI, L.M.P.A. Université du Littoral, 50 rue F. Buisson, BP 699, F-62228 Calais Cedexn France
abidi@lmpa.univ-littoral.fr