

# Optimisation de forme appliquée aux transferts conducto-convectifs

Gilles MARCK, LJLL, Univ. Paris 6

Grégoire NADIN, LJLL, Univ. Paris 6

Yannick PRIVAT, CNRS, LJLL, Univ. Paris 6

**Mots-clés :** calcul des variations, optimisation de forme, équation de Sturm-Liouville, contrainte de volume ou de périmètre

Les échanges de chaleur et de masse sont deux phénomènes physiques à la base de nombreux systèmes thermiques. Dans cet exposé, on considérera une ailette de longueur  $\ell$ , un petit dispositif utilisé notamment pour refroidir les CPU, sujette à un transfert conductif, dont la forme est supposée à symétrie cylindrique, paramétrée par une fonction  $a(\cdot) \in W^{1,\infty}(0, \ell)$ . Mathématiquement, la température dans l'ailette est modélisée par une équation de Sturm-Liouville dont les coefficients dépendent non-linéairement de la forme. Plus précisément,  $T$  est solution de l'équation différentielle

$$\begin{aligned} (a^2(x)T'(x))' &= \beta(x)a(x)\sqrt{1+a'(x)^2}(T(x) - T_\infty) & x \in (0, \ell) \\ T(0) &= T_d \\ T'(\ell) &= -\beta_r(T(\ell) - T_\infty), \end{aligned} \tag{1}$$

où la fonction  $\beta$  est proportionnelle au coefficient de convection et modélise le transfert de chaleur entre la surface de l'ailette et l'air, tandis que le coefficient  $\beta_r$  représente le coefficient de convection à travers l'extrémité de l'ailette.

On se posera la question : *existe-t-il une forme d'ailette maximisant le flux de chaleur*

$$F(a) = -k\pi a(0)^2 T'(0),$$

*véhiculé à travers elle ?*

Cette question est d'abord étudiée en imposant une contrainte de type volume, puis une contrainte de type périmètre sur les formes admissibles. Dans chacun des cas, nous montrons que ce problème n'a pas de solution et nous construisons des suites de formes maximisantes. Nous commenterons et illustrerons ces résultats à l'aide de simulations numériques.

Cet exposé s'inscrit dans le continuité de [1] où une question similaire a été traitée pour un modèle simplifié d'ailette et de [2] où un phénomène d'homogénéisation a été mis en évidence numériquement pour un problème d'optimisation topologique appliqué aux transferts conducto-convectifs.

## Références

- [1] B.P. Belinskiy, J.W. Hiestand, M.L. McCarthy, *Optimal design of a bar with an attached mass for maximizing the heat transfer*, Electron. J. Differential Equations, **13** (2012), no. 181.
- [2] G. Marck, M. Nemer, J.-L. Harion, *Topology Optimization of Heat and Mass Transfer Problems: Laminar Flow*, Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals **63**, (2013), no. 6, 508–539.
- [3] G. Marck, G. Nadin, Y. Privat, *What is the optimal shape of a fin for stationary heat conduction?*, Preprint HAL (2014).

Gilles MARCK, Sorbonne Universités, UPMC Univ. Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.

gilles.marck@upmc.fr

Grégoire NADIN, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.

gregoire.nadin@upmc.fr

Yannick PRIVAT, CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France.

yannick.privat@upmc.fr