

Un problème de transmission électromagnétique

Vianney REAL, LAMFA UMR CNRS 7352, UPJV

Marion Darbas, LAMFA UMR CNRS 7352, UPJV

Olivier GOUBET, LAMFA UMR CNRS 7352, UPJV

Mots-clés : Courants de Foucault, équations intégrales de frontière, opérateur de Steklov-Poincaré, décomposition de Helmholtz, approximation rationnelle de Padé.

Ce travail s'inscrit dans le cadre du projet PINCEL (Problèmes Inverses Numériques et Contrôle en Electromagnétisme) soutenu par la Région Picardie dans le cadre d'IndustriLAB. L'objectif de ce projet est de proposer des méthodes de détection et de caractérisation de défauts électromagnétiques dans une plaque conductrice en Contrôle Non Destructif (CND) par Courants de Foucault (CF). Le principe de la détection par CF est le suivant. A l'aide d'une bobine, on soumet la pièce à inspecter à un champ électromagnétique. Des courants, appelés courants de Foucault, sont alors induits dans la pièce. Ces courants engendrent eux-mêmes un flux électromagnétique de réaction, qui s'oppose au flux générateur, modifiant l'impédance de la bobine. L'analyse de cette variation d'impédance permet de détecter ou non la présence de défauts. On cherche alors à localiser et caractériser les défauts à partir de la connaissance de la variation d'impédance d'une bobine placée au dessus de la pièce. Avant de s'intéresser à la résolution numérique de ce problème inverse, nous avons étudié le problème direct associé : le calcul de la variation d'impédance d'une bobine en présence d'une plaque conductrice contenant ou non une fissure. On propose une nouvelle méthode pour approcher la variation d'impédance.

Dans un premier temps, on considère le problème direct sans fissure. On modélise l'expérience du CND par CF comme un problème de transmission électromagnétique entre deux milieux homogènes : l'air et la plaque séparés d'une interface. Les équations considérées sont les équations de Maxwell. La méthode des équations intégrales de frontière permet de reformuler de façon équivalente ce problème aux limites sous la forme d'une équation intégrale sur l'interface, [1], [2]. L'inconnue est vectorielle. La résolution numérique de l'équation intégrale nécessite l'inversion d'un système linéaire plein. Pour contourner cette difficulté numérique, on propose une nouvelle approche. On exprime l'opérateur intégral à l'aide des opérateurs de Steklov-Poincaré (SP). On montre par l'analyse de Fourier que les opérateurs de SP sont des composés d'opérateurs fractionnaires et d'opérateurs différentiels surfaciques. On localise les opérateurs fractionnaires en utilisant des approximations de Padé complexes. La décomposition de Helmholtz de l'inconnue vectorielle permet de se ramener à un couple d'inconnues scalaires. On implémente alors un code éléments finis \mathbb{P}^1 pour calculer la variation d'impédance. Pour valider la méthode, le CEA-List nous a fourni une variation d'impédance de référence calculée par la plate-forme CIVA. L'algorithme développé donne une bonne approximation de la valeur de référence.

Dans un second temps, on introduit une fissure idéale dans le modèle. La fissure est prise en compte par une densité de courant équivalente q . La densité q est considérée comme une donnée du problème (c.f. [3]). On découple le problème avec fissure en deux problèmes de transmission : un problème sans fissure et un problème sans bobine dans lequel la fissure joue le rôle de source. Le premier problème a été traité dans la partie précédente. Le deuxième problème se traite de manière analogue. La mise en oeuvre numérique est en cours de validation.

Références

- [1] ENGLEDER, S. ET STEINBACH, O., *Boundary integral formulations for the forward problem in magnetic induction tomography*, Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2011.
- [2] BUFFA, A. ET HIPTMAIR, R. ET PETERSDORFF, T. VON ET SCHWAB, C., *Boundary Element Methods for Maxwell Transmission Problems in Lipschitz Domains*, Numerische Mathematik, 2003.
- [3] THEODOULIDIS, T. ET POULAKIS, N. ET DRAGOGLIAS, A., *Rapid computation of eddy current signals from narrow cracks*, NDT & E International, 2010.