

# Couches Absorbantes Parfaitement Adaptées dans les Métamatériaux à Indice Négatif

**Valentin VINOLES**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA)

**Éliane BÉCACHE**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA)

**Patrick JOLY**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA)

**Mots-clés** : perfectly matched layers, métamatériaux, indice négatif, systèmes dispersifs

La simulation d'ondes dans des domaines non bornés demande l'utilisation de techniques pour tronquer le domaine de calcul comme les couches absorbantes parfaitement adaptées (*perfectly matched layers*, PML) qui sont efficaces et stables pour des modèles isotropes non dispersifs. Cependant pour les modèles anisotropes non dispersifs, une condition nécessaire de stabilité a été établie dans [1] : la présence d'ondes inverses dans la direction de la PML conduit à des instabilités.

Nous nous intéressons ici à des modèles dispersifs. En particulier, les Métamatériaux à Indice Négatif (MIN) sont des matériaux composites artificiels ayant des permittivités et des perméabilités négatives à certaines fréquences et qui ont nombre d'applications prometteuses : super-lentilles, invisibilité, antennes améliorées, etc. Les MIN étant par nature dispersifs, nous avons cherché à étendre le résultat de stabilité de [1] (a) à des modèles dispersifs, (b) à des PMLs plus générales.

Pour simplifier la présentation, nous considérons ici un modèle simplifié de MIN, le modèle de Drude, défini en fréquence par les équations de Maxwell 2D en mode TE ( $\omega_e > 0$  et  $\omega_m > 0$ ) :

$$\begin{cases} i\omega\varepsilon(\omega)E_x = \partial_y H \\ i\omega\varepsilon(\omega)E_y = -\partial_x H \\ i\omega\mu(\omega)H = \partial_y E_x - \partial_x E_y \end{cases} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_e^2}{\omega^2}\right) \\ \mu(\omega) = \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega^2}\right) \end{cases} .$$

Une analyse par ondes planes montre la présence simultanée d'ondes directes et inverses dans ce modèle et des simulations numériques confirment les instabilités des PMLs standards. Ces dernières peuvent être interprétées comme des changements de variable complexe qui se traduisent par une modification des opérateurs de dérivation spatiale ( $\sigma_x(x) > 0$  et  $\sigma_y(y) > 0$ ) :

$$\partial_x \longrightarrow \left(1 + \sigma_x(x)/(i\omega)\right)^{-1} \partial_x \quad \text{et} \quad \partial_y \longrightarrow \left(1 + \sigma_y(y)/(i\omega)\right)^{-1} \partial_y .$$

Inspirés par des travaux de la communauté physicienne (par exemple [2]), nous proposons un changement de variable plus général de la forme

$$\partial_x \longrightarrow \left(1 + \sigma_x(x)/(i\omega\psi(\omega))\right)^{-1} \partial_x \quad \text{et} \quad \partial_y \longrightarrow \left(1 + \sigma_y(y)/(i\omega\psi(\omega))\right)^{-1} \partial_y .$$

o  $\psi(\omega)$  est une fonction à choisir judicieusement. Nous avons étendu l'analyse faite dans [1] aux PMLs définies par ces nouveaux changements de variable dans le cadre de milieux dispersifs. Cette étude nous permet d'une part de comprendre les instabilités observées pour les PMLs standards appliquées aux MIN, et d'autre part de proposer des choix de fonctions  $\psi(\omega)$  prenant en compte les ondes inverses et qui stabilisent les PMLs. Des simulations numériques confirment la stabilité de ces nouvelles PMLs. Nos résultats s'étendent à une plus large classe de MIN comme les modèles de Lorentz multi-pôles.

## Références

- [1] BÉCACHE, FAUQUEUX & JOLY, *Stability of perfectly matched layers, group velocities and anisotropic waves*, Journal of Computational Physics, vol. 188-2, p. 399–433, 2003
- [2] CUMMER, *Perfectly matched layer behavior in negative refractive index materials*, Antennas and Wireless Propagation Letters, IEEE, vol. 3(1), p. 172–175, 2004

**Valentin VINOLES**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA) - 828, bd des Maréchaux 91 762 Palaiseau Cedex  
valentin.vinoles@ensta-paristech.fr

**Éliane BÉCACHE**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA) - 828, bd des Maréchaux 91 762 Palaiseau Cedex  
eliane.becache@inria.fr

**Patrick JOLY**, UMR POEMS (ENSTA/CNRS/INRIA) - 828, bd des Maréchaux 91 762 Palaiseau Cedex  
patrick.joly@inria.fr