

# Estimateur d'erreur résiduel *a posteriori* pour la formulation magnétodynamique $\mathbf{A} - \varphi$ du système de Maxwell

Roberta **TITTARELLI**, Université Lille 1

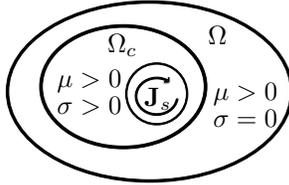
Emmanuel **CREUSÉ**, Université Lille 1

Serge **NICAISE**, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

**Mots-clés** : Equations de Maxwell, formulation potentielle, estimateurs d'erreur *a posteriori* spatiaux-temporels, méthode des éléments finis.

Ce travail est consacré au développement et à l'analyse d'un estimateur d'erreur spatio-temporel *a posteriori* de type résiduel pour la résolution de problèmes de courants de Foucault modélisés par la formulation potentielle instationnaire  $\mathbf{A} - \varphi$ . Le modèle dérive des équations de Maxwell considérées en régime quasi-statique. Les inconnues sont alors définies par un potentiel vecteur magnétique  $\mathbf{A}$  dans un domaine  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  et par un potentiel scalaire électrique  $\varphi$  dans une partie conductrice  $\Omega_c \subset \Omega$ , solutions des équations :

$$\begin{cases} \operatorname{curl} (\mu^{-1} \operatorname{curl} \mathbf{A}) + \sigma (\partial_t \mathbf{A} + \nabla \varphi) = \mathbf{J}_s & \text{dans } [0, T] \times \Omega, \\ \operatorname{div} (\sigma (\partial_t \mathbf{A} + \nabla \varphi)) = 0 & \text{dans } [0, T] \times \Omega_c. \end{cases}$$



Ce système est complété par des conditions aux limites et des conditions initiales *ad hoc*.  $\mu$  et  $\sigma$  désignent respectivement la perméabilité magnétique et la conductivité électrique des matériaux,  $\mathbf{J}_s$  représente la distribution de densité de courant, tandis que  $\mathbf{J}_f = -\sigma (\partial_t \mathbf{A} + \nabla \varphi)$  est le courant de Foucault recherché dans  $\Omega_c$ .

On propose un estimateur d'erreur résiduel *a posteriori* spatio-temporel  $\eta$  pour la résolution numérique de ce modèle par la méthode des éléments finis en espace, associée au schéma d'Euler implicite en temps. Cet estimateur se compose d'une partie temporelle  $\eta_\tau$  et d'une partie spatiale  $\eta_h$ , dans le même esprit que d'autres travaux portant sur l'équation de la chaleur [1, 2]. En outre, les propriétés usuelles de fiabilité et d'efficacité sont démontrées grâce entre-autre à une décomposition de Helmholtz adéquate [3], de façon à pouvoir l'utiliser aussi bien pour contrôler l'erreur numérique globale que pour mettre en place des techniques d'adaptation de maillage et de pas de temps. Les résultats théoriques sont illustrés par des tests numériques académiques, de plus l'estimateur est également utilisé dans le cadre de benchmarks à vocation plus industrielle.

## Références

- [1] A. BERGAM, C. BERNARDI AND Z. MGHAZLI, *A posteriori analysis of the finite element discretization of some parabolic equations*, Mathematics of computation, 74(251):1117-1138, 2005.
- [2] S. NICAISE AND N. SOUALEM, *A posteriori error estimates for a nonconforming finite element discretization of the heat equation*, M2AN Math. Model. Numer. Anal., 39(2):319-348, 2005.
- [3] E. CREUSÉ, S. NICAISE, R. TITTARELLI, *Space-time residual-based a posteriori estimators for the  $\mathbf{A} - \varphi$  magnetodynamic formulation of the Maxwell system*, <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00921116>, 2013.

**Roberta TITTARELLI**, LPP - UMR CNRS 8524 et L2EP, Université Lille 1, Cité Scientifique, 59655 Villeneuve d'Ascq, et EDF Division R&D, 1, avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex.

[roberta.tittarelli@ed.univ-lille1.fr](mailto:roberta.tittarelli@ed.univ-lille1.fr)

**Emmanuel CREUSÉ**, LPP - UMR CNRS 8524 et Inria Lille Nord Europe, Université Lille 1, Cité Scientifique, 59655 Villeneuve d'Ascq.

[emmanuel.creuse@math.univ-lille1.fr](mailto:emmanuel.creuse@math.univ-lille1.fr)

**Serge NICAISE**, LAMAV- FR CNRS 2956, Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, Le Mont Houy, 59313 Valenciennes.

[serge.nicaise@univ-valenciennes.fr](mailto:serge.nicaise@univ-valenciennes.fr)