

# Algorithmes adaptatifs pour la simulation de réseaux d'oscillateurs lents-rapides

**Frédérique Clément**, Équipe-Projet MYCENAE, Inria Paris-Rocquencourt

**Marie POSTEL**, Laboratoire Jacques-Louis Lions, UMR 7598, UPMC Paris 6

**Alexandre VIDAL**, Laboratoire de Mathématiques et Modélisation d'Évry, UEVE

Certains systèmes d'équations différentielles ordinaires présentent de grandes variations de dynamique au cours du temps. C'est le cas des oscillateurs lents-rapides utilisés pour modéliser les dynamiques biologiques incluant différentes échelles de temps. Le couplage de ce type d'oscillateurs apparaît ainsi naturellement dans les modèles de réseaux de neurones et les dynamiques ioniques qui leur sont associées. Par exemple, le modèle introduit dans [1] reproduit les oscillations individuelles du calcium intracellulaire au sein d'une population de neurones à GnRH (Gonadotropin Releasing Hormone) et le phénomène de synchronisation récurrente des pics de calcium à l'origine de la sécrétion pulsatile de la neuro-hormone GnRH. En dehors de ces épisodes où tous les oscillateurs évoluent selon leur dynamique rapide, les éléments du réseau sont désynchronisés, et majoritairement en dynamique lente.

La simulation numérique de ces réseaux par un schéma d'intégration explicite se fait ordinairement avec un pas de temps variable, qui s'adapte pour résoudre correctement les composantes en dynamiques rapides. Cependant, quand la taille du réseau augmente, ces épisodes deviennent de plus en plus fréquents et on arrive à une situation où l'on a en permanence quelques composantes du système en dynamique rapide, qui vont exiger l'utilisation d'un pas de temps beaucoup plus petit que celui requis pour intégrer le reste des composantes.

Nous proposons un algorithme adaptatif basé sur un découplage dynamique des composantes du réseau. Le pilotage du découpage se fait en sélectionnant à chaque pas de temps les éléments rapides, identifiés par leur distance à la variété rapide. Ces éléments sont intégrés avec un petit pas de temps et le reste du système avec un pas de temps plus grand donc plus économique. Nous estimons et illustrons numériquement un gain en temps de calcul proportionnel au paramètre de séparation entre échelles de temps lente et rapide. Par ailleurs, en reformulant notre algorithme dans le contexte des intégrateurs symplectiques [2], nous obtenons des résultats d'ordre de convergence que nous vérifions numériquement.

## Références

- [1] M. KRUPA, A. VIDAL ET F. CLÉMENT, *A Network Model of the Periodic Synchronization Process in the Dynamics of Calcium Concentration in GnRH Neurons*, Journal of Mathematical Neuroscience, 3:4, 2013.
- [2] J. LASKAR ET P. ROBUTEL, *High order symplectic integrators for perturbed hamiltonian systems*. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 80:39–62, 2001.

**Marie POSTEL**, 1- Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France

2- CNRS, UMR 7598, Laboratoire Jacques-Louis Lions, F-75005, Paris, France

3- INRIA-Paris-Rocquencourt, EPC MYCENAE, Domaine de Voluceau, BP105, 78153 Le Chesnay Cedex

[marie.postel@upmc.fr](mailto:marie.postel@upmc.fr)