

NXFEM à l'ordre supérieur pour des problèmes d'interface elliptiques

Nelly BARRAU, Université de Pau et des Pays de l'Adour

La méthode NXFEM (Nitsche extended finite element method) a été proposée par A. et P. Hansbo dans [3], pour permettre le traitement de discontinuités (interfaces) sur un maillage fixe. Le problème d'interface considéré est le suivant

$$\begin{cases} -\operatorname{div}(k\nabla u) &= f & \text{dans } \Omega_{\text{in}} \cup \Omega_{\text{ex}}, \\ u &= 0 & \text{sur } \partial\Omega, \\ [u] &= g_D & \text{sur } \Gamma, \\ [k\nabla u \cdot n] &= g_N & \text{sur } \Gamma, \end{cases} \quad (1)$$

pour lequel Ω est un domaine polygonal convexe, de frontière $\partial\Omega$. Ω est divisé en deux sous-domaines Ω_{in} et Ω_{ex} (voir Figure 1) par une discontinuité régulière Γ , k est un coefficient discontinu, supposé positif et constant par morceaux par souci de simplicité, et prenant respectivement les valeurs k_{in} et k_{ex} sur chaque sous-domaine.

Le maillage ne coïncidant pas avec la discontinuité k , la méthode repose sur l'utilisation d'un espace éléments finis particuliers pour l'approximation de cette solution non-régulière de (1), et d'une variante de la méthode de Nitsche pour traiter les conditions d'interface.

Principalement étudiée pour des maillages en triangles/tétraèdres avec des approximations conformes de degré 1 des inconnues, nous avons proposé un premier procédé dans [1] pour rendre la méthode robuste par rapport à la fois à la géométrie des mailles coupées et aux coefficients discontinus.

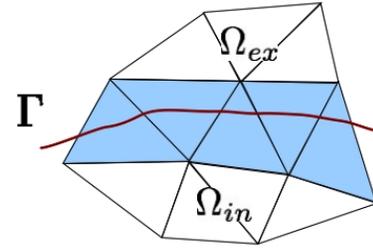


Figure 1: Notations

Dans cette note, nous proposons d'étendre cette méthode à des approximations conformes \mathbb{P}^k des inconnues, $k \geq 1$. Pour conserver la stabilité et la robustesse de notre méthode, nous devons en particulier faire attention aux dépendances de la constante de coercivité C de la forme bilinéaire discrète du problème (1). Cette constante C doit être indépendante de la géométrie employée et de la position de l'interface. Nous montrerons que ces dépendances sont entièrement liées à celles d'une inégalité inverse.

Références

- [1] BARRAU N., BECKER R., DUBACH E. AND LUCE R., *A robust variant of NXFEM for the interface problem*, C. R. Math. Acad. Sci. Paris, v.350, N.15-16, 789–792, 2012.
- [2] BARRAU N., BECKER R., DUBACH E. AND LUCE R., *An adaptive NXFEM for the interface problem on locally refined triangular and quadrilateral meshes*, Proceedings in European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), 2012.
- [3] HANSBO A. AND HANSBO P., *An unfitted finite element method, based on Nitsche's method, for elliptic interface problems*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., v.191, 5537–5552, 2002.

Nelly BARRAU, Université de Pau et des Pays de l'Adour
Équipe CONCHA - Laboratoire de Mathématiques et de leurs Applications de Pau
Avenue de l'Université
BP 1155 - 64013 Pau Cedex
nelly.barrau@univ-pau.fr