

Schémas d'ordre arbitrairement élevé en espace-temps pour la dynamique des gaz en coordonnées cylindriques sur maillage polaire.

Bertrand Meltz, Université Paris-Sud et CEA

Stéphane Jaouen, CEA

Frédéric Lagoutière, Université Paris-Sud

Mots-clés : Hydrodynamique, Equations d'Euler, Coordonnées Cylindriques, Volumes Finis, Ordre élevé

Le CEA a mis au point une nouvelle souche de schémas Volumes Finis à directions alternées d'ordre arbitrairement élevé en espace-temps pour la dynamique des gaz (voir [2, 3]), basée sur une procédure de Cauchy-Kovalesky de la même manière que dans [1]. Dans [4], cette souche de schémas a été adaptée au système de la MHD sur maillage plan et axisymétrique. Des expériences numériques de Fusion par Confinement Inertiel ont été menées avec succès, mais ces schémas sur maillage plan nécessitent d'introduire de la viscosité artificielle pour préserver la symétrie des écoulements cylindriques ou sphériques.

Afin de garantir ces symétries (importantes dans le cadre de la FCI), nous réécrivons la méthode en coordonnées cylindriques sur maillage polaire. Des expériences numériques montrent que les résultats ainsi obtenus sont beaucoup plus précis pour des écoulements cylindriques, qu'ils soient réguliers ou non (Vortex, compression de Kidder, problèmes de Riemann). Cette méthode est cependant moins adaptée à la simulation d'écoulements sans symétries polaires, notamment lorsque l'ordre est très élevé. En effet, sur des cas-test réguliers sans symétrie polaire, des problèmes de stabilité au voisinage de $r = 0$ nous empêchent de mesurer les ordres attendus dès que l'ordre est supérieur à 3. En diminuant le nombre de Courant, on mesure bien les ordres attendus. Pour les cas-test non réguliers, une dégradation adaptative de l'ordre du schéma au voisinage de $r = 0$ assure la stabilité des simulations d'écoulements présentant des discontinuités proches de la singularité.

Il est connu que les schémas d'ordre élevé sont sujets au phénomène de Gibbs: au voisinage des discontinuités, des oscillations apparaissent dans les solutions et peuvent conduire au calcul de valeurs physiques aberrantes (densité négative par exemple). Pour pallier ce problème, on utilise classiquement des limiteurs de pentes. Nous préférons utiliser un modèle hypervisqueux issu de [5] pour ajouter de la viscosité artificielle. L'avantage de cette méthode de stabilisation est qu'elle ne *cas*se pas les ordres de convergence. De plus, cette méthode est plus performante que les limiteurs en terme de HPC car elle ne requiert aucun test conditionnel. Des expériences numériques montrent que l'ordre de convergence n'est pas dégradé.

Références

- [1] V.A. TITAREV, E.F. TORO, *ADER: arbitrary high-order Godunov approach*, Journal of Scientific Computing, 17:609-618, 2002.
- [2] S. DEL PINO, H. JOURDREN, *Arbitrary high-order schemes for the linear advection and wave equations: Applications to hydrodynamics and aeroacoustics*, C.R. Acad. Sci. Paris, 342, 441-446, 2006.
- [3] F. DUBOC, C. ENAUX, S. JAOUEN, H. JOURDREN, M. WOLFF, *High-order dimensionally split Lagrange-remap schemes for compressible hydrodynamics*, C.R. Acad. Sci. Paris, 348, 105-110, 2010.
- [4] M. WOLFF, *Mathematical and numerical analysis of the resistive magnetohydrodynamics system with self-generated magnetic field terms*, Thèse de l'Université de Strasbourg, 2011.
- [5] A.W. COOK, W.H. CABOT, *Hyperviscosity for shock-turbulent interactions*, Journal of Computational Physics, 203, 2005.

Bertrand Meltz, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Sud, F-91405 Orsay Cedex et CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon Cedex

`bertrand-julien.meltz@cea.fr`

Stéphane Jaouen, CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon Cedex

`stephane.jaouen@cea.fr`

Frédéric Lagoutière, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, Université Paris-Sud, F-91405 Orsay Cedex

`frederic.lagoutiere@math.u-psud.fr`